



TEILCHENBESCHLEUNIGER

Skriptum

141.944

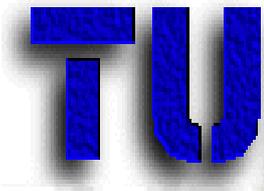
Spezialvorlesung, WS 3.0 Stunden

Vortragende

Univ. Prof. D.I. Dr. tech. Hannes Aiginger

D.I. Dr. techn. Karin Poljanc

Atominstitut der Österreichischen Universitäten



© 2005, H. Aiginger, K. Poljanc

zusammengestellt von K. Poljanc, B. Frank, K. Kaska, G. Kragl, H. Richter

Dieses Skriptum ist als Ergänzung für die gleichnamige Vorlesung zu verwenden.

Ort und Zeit: TU-Wien, 1040 Wien, Wiedner Hauptstraße 8-10, Freihaus Turm C (rot), 7. OG, Seminarraum 138B; Do und Fr 8:00-9:30

Ansprechpartner:

H. Aiginger, Atominstitut der Österreichischen Universitäten, aiginger@ati.ac.at

K. Poljanc, Atominstitut der Österreichischen Universitäten, kpoljanc@ati.ac.at

Ziel der Lehrveranstaltung:

Vermittlung der Grundprinzipien der verschiedenen Beschleunigertypen, wesentliche Eigenschaften (Spezifikationen), Terminologie, charakteristische Anwendungen

Lehrinhalte:

Der Teilchenbeschleuniger als Forschungsinstrument und als technisch-medizinisches Gerät -
Haupttypen und Anwendungen
Elektronen- und Ionenquellen
Elektrostatische Beschleuniger
Linearbeschleuniger
Betatron
Zyklotron
Synchrotron
Starke Fokussierung
Ausgeführte Maschinen
Speicherringe "colliding beam" Experimente
Ausblick
Nationale Projekte und Beteiligungen

Allgemeine Hinweise:

Wahlfach: LA Physik, Technische Physik

Leistungsbeurteilung: mündliche Prüfung

empfohlen: LVA 141.361 Praktikum am Van de Graaff-Beschleuniger (WS)

LVA 141.405 Strahlenphysik (SS)

Studienrichtung und ECTS-Punkte:

| Fachtyp | Studienplan | Semester/Abschnitt | Punkte |
|----------|-----------------------|--------------------|--------|
| Wahlfach | 412 UF Physik (Stzw.) | im 2. Abschnitt | 3.0 EC |
| Wahlfach | 810 Technische Physik | im 2. Abschnitt | 4.5 EC |

Verzeichnis der Abkürzungen

| | |
|-------|-----------------------------------------|
| AG | Alternating Gradient |
| CERN | Conseil Européen de Recherche Nucléaire |
| LEP | Large Electron Positron Collider |
| LHC | Large Hadron Collider |
| LINAC | Linear Accelerator, Linearbeschleuniger |
| PS | Proton-Synchrotron Collider (CERN) |
| SPS | Super-Proton-Synchrotron (CERN) |

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 1 | EINLEITUNG: DER TEILCHENBESCHLEUNIGER ALS FORSCHUNGSINSTRUMENT UND ALS TECHNISCH-MEDIZINISCHES GERÄT..... | 9 |
| 2 | FUNDAMENTALE GRUNDLAGEN DER TEILCHENBESCHLEUNIGER..... | 13 |
| 3 | DIE HAUPTTYPEN DER TEILCHENBESCHLEUNIGER | 19 |
| 3.1 | Die elektrostatischen oder direkten Beschleuniger | 19 |
| 3.2 | Das Betatron..... | 20 |
| 3.3 | Der Linearbeschleuniger (LINAC = Linear Accelerator) | 23 |
| 3.4 | Das Zyklotron | 25 |
| 3.5 | Das Synchrozyklotron | 29 |
| 3.6 | Das Synchrotron | 30 |
| 3.7 | Speicherring | 35 |
| 3.8 | Das Prinzip der Phasenstabilität | 37 |
| 3.9 | Allgemeine Diskussion des Prinzips der Phasenstabilität | 42 |
| 3.10 | Die Parameter einiger typischer Beschleuniger | 45 |
| 3.11 | Meilensteine in der Beschleunigerphysik | 46 |
| 4 | ELEKTRONEN- UND IONENQUELLEN | 51 |
| 4.1 | Erzeugung freier Ionen und Elektronen | 51 |
| 4.2 | Elektronenquellen..... | 54 |
| 4.2.1 | Glühkathoden | 55 |
| 4.2.2 | Erzeugung polarisierter Elektronen | 59 |
| 4.3 | Ionenquellen | 59 |
| 4.3.1 | ECR-Ionenquelle | 60 |
| 4.3.2 | Filamentfreie Ionenquellen | 61 |

| | | |
|------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 4.3.3 | Hochstrom-Ionenquellen | 63 |
| 4.4 | Strahlparameter | 64 |
| 4.4.1 | Richtstrahlwert | 64 |
| 4.4.2 | Langmuirsches Raumladungsgesetz | 64 |
| 4.5 | Das Konzept der Emittanz | 65 |
| 4.5.1 | Emittanz | 65 |
| 4.5.2 | Brillanz..... | 68 |
| 5 | ELEKTROSTATISCHE BESCHLEUNIGER | 69 |
| 5.1 | Röntgenanlagen..... | 69 |
| 5.1.1 | Röntgenanlagen für Grobstrukturuntersuchungen / Bildgüte | 70 |
| 5.1.2 | Röntgenanlagen für medizinische Anwendungen | 72 |
| 5.1.3 | Röntgenanlagen für Feinstrukturuntersuchungen und Röntgenfluoreszenzanalyse (RFA) | 74 |
| 5.2 | Kaskadengeneratoren | 76 |
| 5.2.1 | Die unbelastete Kaskade | 77 |
| 5.2.2 | Die belastete Kaskade - Welligkeit und Spannungsabfall | 78 |
| 5.2.3 | Die Symmetrische Kaskade | 79 |
| 5.3 | Van de Graaff-Generatoren..... | 80 |
| 5.3.1 | Der Van de Graaff – Beschleuniger | 81 |
| 5.4 | Der Tandem-Beschleuniger | 83 |
| 5.5 | Die Rotormaschine (SAMES)..... | 84 |
| 5.6 | Beschleuniger und Isolierkernttransformator | 85 |
| 5.7 | Das Dynamitron | 86 |
| 5.8 | Das Rhodotron..... | 87 |
| 5.9 | Neutronengeneratoren..... | 88 |
| 6 | LINEARBESCHLEUNIGER | 90 |
| 6.1 | Der Elektronen-LINAC | 90 |
| 6.1.1 | Elementare Grundlagen der Wellenausbreitung..... | 90 |
| 6.1.2 | Bedingungen für die Ausbreitung einer Wanderwelle..... | 91 |

| | | |
|------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 6.1.3 | Teilchenbewegung im Elektronen-LINAC: die Einfang-Bedingung „capture condition“ | 92 |
| 6.1.4 | Die relativistische Kontraktion im Elektronen-LINAC und die transversale Instabilität | 96 |
| 6.1.5 | Elemente der Wellenleitertheorie | 97 |
| 6.1.6 | Intuitive Betrachtungen über „iris-loaded waveguides“: Das $\omega - k_g$ -Diagramm... .. | 107 |
| 6.1.7 | Die Frequenzgleichung | 110 |
| 6.1.8 | Erreichbare Elektronenenergien..... | 114 |
| 6.1.9 | Technische Konstruktion eines Elektronen-LINACs | 117 |
| 6.1.10 | Technische Einschränkungen | 117 |
| 6.1.11 | Der Elektronen LINAC in der Medizin | 118 |
| 6.2 | Der Protonen-LINAC | 124 |
| 7 | DAS BETATRON, BETATRONFOKUSSIERUNG (SCHWACHE FOKUSSIERUNG) | 126 |
| 7.1 | Das Prinzip des Betatrons | 126 |
| 7.1.1 | Injektion und Extraktion | 128 |
| 8 | DAS MIKROTRON | 129 |
| 8.1 | Das klassische Mikrotron..... | 129 |
| 8.2 | Resonanzbedingungen beim Mikrotron | 130 |
| 8.3 | Das "race-track" Mikrotron | 130 |
| 8.4 | Anwendungen des Mikrotrons | 131 |
| 9 | DAS ZYKLOTRON | 132 |
| 9.1 | Zyklotron..... | 132 |
| 9.1.1 | Vertikale Fokussierung..... | 132 |
| 9.1.2 | Radiale Fokussierung..... | 134 |
| 9.1.3 | Synchronisation | 136 |
| 9.1.4 | Konstruktive Details eines Zyklotrons | 136 |
| 9.2 | Das Synchro-Zyklotron = Frequenz-moduliertes Zyklotron | 138 |
| 9.2.1 | Konstruktion eines typischen Synchro-Zyklotrons | 138 |
| 9.3 | Das Isochron-Zyklotron..... | 140 |

| | | |
|-------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 10 | DAS ELEKTRONEN-SYNCHROTRON..... | 143 |
| 10.1 | Strahlenemission in einem Elektronen-Synchrotron – Synchrotronstrahlung 143 | |
| 10.2 | Ablenkungs- und Fokussierungsmagnete..... | 145 |
| 10.2.1 | Dipolmagnete | 145 |
| 10.2.2 | Quadrupolmagnete | 146 |
| 10.2.3 | Sextupolmagnet | 148 |
| 10.2.4 | Kickermagnet | 148 |
| 10.2.5 | Wiggler-Magnet..... | 149 |
| 10.3 | Vakuum..... | 149 |
| 10.3.1 | Erzeugung des Vakuums..... | 149 |
| 11 | DAS PRINZIP DER FOKUSSIERUNG DURCH WECHSELNDE FELDGRADIENTEN (AG = ALTERNATING GRADIENT), STARKE FOKUSSIERUNG | 151 |
| 11.1 | Quadrupol-Linsen..... | 151 |
| 11.2 | Betatron-Schwingungen in stark fokussierenden Maschinen..... | 154 |
| 11.3 | Phasenstabilität in AG–Synchrotronen..... | 158 |
| 11.4 | Ausführungen und spezifische Anwendungen von Maschinen mit dem AG- Prinzip (Synchrotron, Zyklotron) | 160 |
| 12 | KONZEPT DER SPEICHERRINGE („COLLIDING-BEAM“-EXPERIMENTE).... | 162 |
| 12.1 | Colliding-Beam-Experiment mit einem Linearbeschleuniger | 163 |
| 12.2 | Colliding-Beam-Experiment mit zwei Linearbeschleunigern..... | 163 |
| 12.2.1 | Single-Ring-Colliders | 163 |
| 12.2.2 | Twin-Ring-Colliders..... | 163 |
| 13 | ANWENDUNG VON BESCHLEUNIGERN..... | 165 |
| 13.1 | Beschleuniger in der Industrie..... | 165 |
| 13.1.1 | Sterilisation..... | 165 |
| 13.1.2 | Ionenimplantation bei der Halbleiterherstellung..... | 166 |
| 13.1.3 | Härtung von Oberflächen mit Ionen | 166 |
| 13.1.4 | Herstellung von Membranen | 166 |

| | | |
|-------------|-------------------------------------------------------------------------|------------|
| 13.1.5 | Thin Layer Activation (TLA)..... | 166 |
| 13.2 | Beschleuniger in der Forschung..... | 167 |
| 13.2.1 | Materialanalyse mit Beschleunigern..... | 167 |
| 13.2.2 | Untersuchung von Kristall- und Molekülstrukturen – Diffraktometrie..... | 168 |
| 13.2.3 | Heavy Ion Fusion | 169 |
| 13.2.4 | Umwandlung radioaktiven Mülls..... | 169 |
| 13.3 | Beschleuniger in der Medizin | 169 |
| 14 | EXISTIERENDE GROßBESCHLEUNIGER..... | 170 |
| 14.1 | Überblick..... | 170 |
| 14.2 | CERN..... | 171 |
| 14.3 | FERMILAB..... | 173 |
| 14.4 | DESY | 174 |
| 14.5 | KEK - High Energy Accelerator Research Organisation | 175 |
| 15 | LITERATURVERZEICHNIS | 178 |

1 Einleitung: Der Teilchenbeschleuniger als Forschungsinstrument und als technisch-medizinisches Gerät

Teilchenbeschleuniger sind Geräte, die geladenen Teilchen kinetische Energie erteilen, welche diese Teilchen in die Lage versetzt, physikalische Prozesse (elastische Streuung, inelastische Streuung, Strahlenschäden, nukleare Reaktionen, ...), chemische Prozesse (Radikalbildung, Monomerenbildung) oder biologische Prozesse hervorzurufen. Zu den ersten beschleunigten Teilchen zählen Elektronen oder positive Ionen (H^+ , D^+ , He^{++}). Mittlerweile können Energien in der Größenordnung von TeV erreicht werden (experimentell erreichte Energie des am Fermilab gebauten Beschleunigers beträgt $2 \times 1 \text{ TeV}$). Ein Elektronvolt (1 eV) entspricht jener Energie, die ein Teilchen mit der Einheitsladung, z. B. ein Elektron, gewinnt, wenn es eine Potentialdifferenz von einem Volt durchläuft:

$$e = 1,6021 \times 10^{-19} \text{ C}$$
$$1\text{eV} = 1,6021 \times 10^{-19} \text{ J.}$$

Folgende Präfixe nach SI sind gebräuchlich: Kilo (k) = 10^3 , Mega (M) = 10^6 , Giga (G) = 10^9 , Tera (T) = 10^{12} .

Die Energie der Beschleuniger ist nach oben hin nicht limitiert. Beschleuniger können geladene Teilchen in elektrischen Feldern auf Energien bis etwa 1000 GeV beschleunigen (Large Hadron Collider = LHC, CERN, Schweiz). Die Erzeugung dieser Felder (elektrostatisch oder elektrodynamisch) stellt mit der longitudinalen Fokussierung (Phasenfokussierung) und der transversalen Fokussierung (Gewinnung und Erhaltung des Beschleunigerstrahls) die Hauptaufgabe der Beschleunigerphysik dar.

Die **Wirkungsweise eines Beschleunigers** besteht daher aus folgenden Phasen:

Von einer Ionenquelle oder Elektronenkanone ausgehend werden Teilchen in Richtung Beschleunigerkammer emittiert.

Danach werden die Teilchen in einem Strahl kollimiert und entlang einer bestimmten Bahn durch die Wirkung eines elektrischen Feldes (kontinuierlich oder gepulst) beschleunigt, bis sie ihre Sollenergie erreichen. Danach kann der Teilchenstrahl auf ein Target ausgelenkt werden.

In den meisten Fällen werden gepulste Teilchenpakete an Stelle von kontinuierlichen Teilchenstrahlen beschleunigt. Im Strahlrohr bewegt sich das Teilchenpaket (bunch) im Hochvakuum, um Kollisionen mit Gasmolekülen zu vermeiden. Oft genügt dabei ein Vakuum von $10^{-3} - 10^{-4} \text{ Pa}$ (siehe Kapitel **10.3**).

Die Struktur jedes Teilchenbeschleunigers kann schematisch dem nachfolgenden Blockschaltbild entnommen werden.

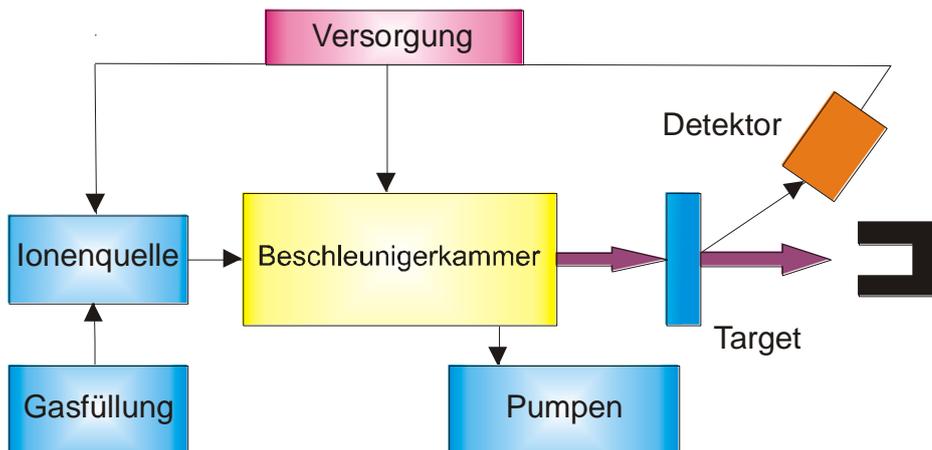


Abbildung 1: schematischer Überblick über die wichtigsten Bauteile eines Beschleunigers¹

Es gibt drei wesentliche Komponenten:

- die **Ionenquelle** oder **Elektronenkanone**, aus der Teilchen in Richtung Beschleunigerkammer ausgesendet werden,
- die **Beschleunigerkammer**, in welcher den Teilchen Energie zugeführt wird, sodass diese auf die gewünschte Geschwindigkeit beschleunigt werden,
- das **Target**, auf welches Teilchenpakete mit hoher Geschwindigkeit auftreffen.

Neben diesen Grundkomponenten müssen Beschleuniger mit einer eigenen Spannungsversorgung ausgestattet sein, die Magnete, Spulen und Generatoren zur Erzeugung von Wechselfeldern und Vakuumpumpsystemen mit ausreichender Energie versorgen kann.

Bei der Bewertung eines Beschleunigers muss folgenden Spezifikationen besonderes Augenmerk geschenkt werden:

- maximal erreichbare Endenergie der Teilchen
- Intensität des zu erzeugenden Teilchenstromes (Anzahl der beschleunigten Teilchen pro Zeiteinheit)
- Energiestabilität (kurzzeitig, langfristig, periodisch)
- Homogenität der Energie (Teilchen, die gleichzeitig auf ein Target auftreffen, können unterschiedliche Energien aufweisen.)
- Kollimation des Strahls (Ein Strahl ist „kollimiert“, wenn alle Teilchen parallele Geschwindigkeitsvektoren aufweisen.)
- Art der beschleunigten Teilchen
- kontinuierlicher Strahl – gepulster Strahl (Einige Beschleuniger erzeugen einen kontinuierlichen Teilchenfluss, andere hingegen produzieren Teilchenpakete, so genannte „bunches“, die sich mit definierten Frequenzen im Beschleuniger fortbewegen. Manche bunches „hüllen“ Hochfrequenzpulse ein.)

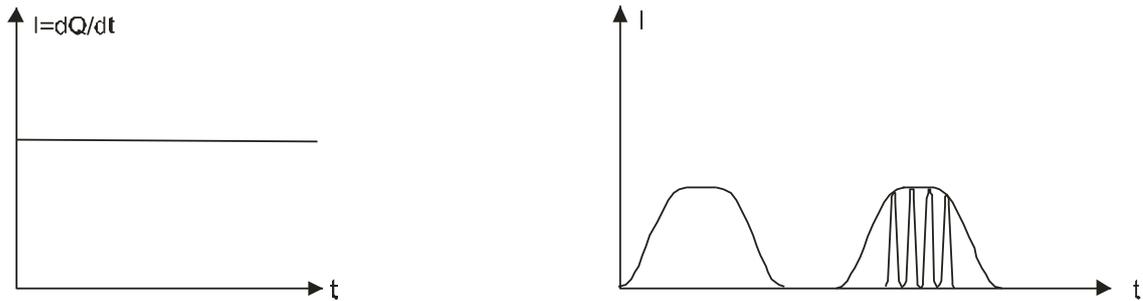


Abbildung 2: kontinuierlicher Teilchenstrahl und gepulste „bunches“

Beschleuniger können in zwei Klassen eingeteilt werden:

Elektrostatische oder direkte Beschleuniger: Die Teilchen werden durch Anlegen einer Spannungsdifferenz, welche zeitlich konstant ist, beschleunigt. Der Wert dieser Spannungsdifferenz bestimmt die Endenergie der Teilchen.

Die Energie, welche mit direkten Beschleunigern erreicht werden kann, wird von der Entladung begrenzt, welche zwischen der Hochspannungselektrode und den Wänden der Beschleunigerkammer auftritt, falls die Potentialdifferenz einen kritischen Wert überschreitet. Mit direkten Beschleunigern können maximal etwa 10 MeV pro Beschleunigungsstrecke erreicht werden.

Um dieses Limit zu überschreiten, müssen daher elektrostatische Felder vermieden werden, da der Rotor konservativer Felder immer Null ist. Unabhängig vom Weg, der von den Teilchen zurückgelegt wird, entspricht der kinetische Energiegewinn immer der Differenz der Potentiale zwischen Anfangs- und Endpunkt der Bewegung und kann daher nicht größer sein als die maximale Potentialdifferenz zwischen den Polen der Maschine.

Periodische Beschleuniger: Falls man hingegen ein veränderliches, nicht konservatives Feld

verwendet, was nach der Maxwellschen Gleichung $\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ mit einem variablen

Magnetfeld verbunden ist, so ist es möglich, geschlossene Wege zu finden, entlang denen $\text{rot } \vec{E}$ und damit auch die von einem Teilchen bei einem Umlauf gewonnene Energie von Null verschieden ist. Zwingt man die Teilchen nun durch den Einfluss eines Magnetfeldes einer bestimmten Bahn in mehreren Zyklen zu folgen, so erhält man einen Prozess der stufenweisen Beschleunigung, welcher nicht durch die maximale Spannungsdifferenz der Maschine und damit durch die Isolation beschränkt ist.

In dieser Maschine stellt die beschleunigende Spannung nur einen Bruchteil der erreichbaren Endenergie dar, diese wird durch wiederholte Beschleunigung erzielt.

Ist die Bahn der Teilchen im Beschleuniger geradlinig, so spricht man von einem Linearbeschleuniger (LINAC = Linear Accelerator); ist sie hingegen gekrümmt wird, je nach Bauform, von einem Betatron, Zyklotron, Synchrozyklotron oder Synchrotron gesprochen.

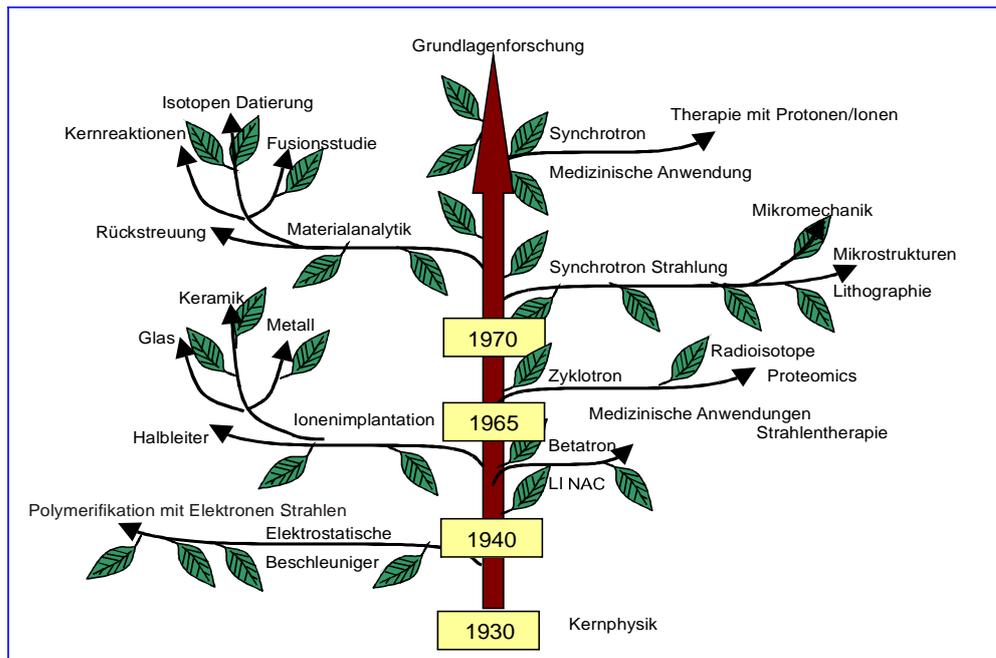


Abbildung 3: Entwicklung der Beschleunigerphysik

| Kategorie | Anzahl |
|--------------------------------------------|--------|
| Dotierungen und Oberflächenbehandlungen | 7.000 |
| Beschleuniger in der Industrie | 1.500 |
| Beschleuniger in nicht nuklearer Forschung | 1.000 |
| Strahlentherapie | 5.000 |
| Isotopenproduktion (Medizin) | 200 |
| Protonen- und Ionentherapie | 20 |
| Synchrotronstrahlenquellen | 70 |
| Forschung in Kern- und Teilchenphysik | 110 |
| Summe | 14.900 |

Tabelle 1: Verwendung von Beschleunigern (weltweit)²

2 Fundamentale Grundlagen der Teilchenbeschleuniger

Die Verwendung der relativistischen Dynamik ist notwendig, da in Beschleunigern der beschriebenen Art Teilchen Geschwindigkeiten nahe der Vakuumlichtgeschwindigkeit erreichen können ($c = 2,9979 \times 10^8 \text{ m/s}$). Unter diesen Bedingungen ist der klassische Ansatz nicht mehr zulässig.

Wie in der klassischen Mechanik, kann in der relativistischen Bewegungslehre das Grundgesetz der Bewegung folgendermaßen angeschrieben werden:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F} \quad \text{Gleichung 2-1}$$

wobei \vec{F} die Gesamtkraft darstellt, die auf ein Teilchen wirkt und \vec{P} den Gesamtimpuls, welcher gegeben ist durch:

$$\vec{P} = m_v \vec{v} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \text{Gleichung 2-2}$$

In dieser Gleichung ist m die Ruhemasse (charakteristisch für das Teilchen) und stimmt mit der Masse im nichtrelativistischen Fall überein.

$$m_v = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

nennt man die relativistische Masse bei einer Geschwindigkeit \vec{v} . Durch die oben angeführten Definitionsgleichungen kann der relativistische Impuls noch immer als das Produkt aus Masse und Geschwindigkeit wie in der klassischen Mechanik angeschrieben werden. Anzumerken ist, dass für Geschwindigkeiten, welche klein gegenüber der Lichtgeschwindigkeit sind, also

$v \ll c$ und $\frac{v^2}{c^2} \ll 1$, die angeführten Gleichungen wieder auf die klassische Mechanik

zurückzuführen sind.

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$$

Im Fall der Aufspaltung der Vektorgleichung in die drei Komponenten:

- eine Komponente in Richtung der Tangente (Index t)
- eine Komponente in Richtung der Normalen (Index n)
- eine Komponente in Richtung der Binormalen (Index b)

erhält man:

$$F_t = \dot{P}, F_n = \frac{mv^2}{r} = \frac{Pv}{r} \text{ und } F_b = 0, \quad \text{Gleichung 2-3}$$

welche formal denen der klassischen Mechanik gleichen.

Die zweite Beziehung ist bekannt als Zentrifugalkraft.

Man kann zeigen, dass die kinetische Energie T eines relativistischen Teilchens gegeben ist durch:

$$T = (m_v - m)c^2 = mc^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right) = mc^2(\gamma - 1) \quad \text{Gleichung 2-4}$$

mit:

$$\frac{v}{c} = \beta \text{ und}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \gamma \quad \text{Gleichung 2-5}$$

Unter Reihenentwicklung und Vernachlässigung der 4. und höheren Ordnungen von β (daher $\beta^2 \ll 1$), kann für den klassischen Grenzfall gezeigt werden, dass die kinetische Energie folgende Form annimmt:

$$T = \frac{1}{2}mv^2.$$

Aus obiger Gleichung und dem Satz von Einstein über die Äquivalenz von Masse und Energie drängt sich der Begriff der Ruheenergie auf:

$$E_0 = mc^2 \quad \text{Gleichung 2-6}$$

Die Gesamtenergie ist daher gegeben durch:

$$E = E_0 + T = m_v c^2 = \frac{E_0}{\sqrt{1-\beta^2}} = \gamma E_0 \quad \text{Gleichung 2-7}$$

Folgende Gleichungen ergeben sich aus obigen Zusammenhängen:

$$E_0 + T = m_v c^2$$

$$m_v = \frac{1}{c^2}(T + E_0)$$

$$\frac{m_v}{m} = \frac{T + E_0}{E_0} = 1 + \frac{T}{E_0} = \frac{E}{E_0}$$

$$m_v = m\left(1 + \frac{T}{E_0}\right) \quad \text{Gleichung 2-8}$$

$$P = m_v v = \frac{m}{\sqrt{1-\beta^2}} v \quad \text{Gleichung 2-9}$$

$$v = \beta c$$

$$\frac{\beta^2}{1-\beta^2} = \frac{1-(1-\beta^2)}{1-\beta^2} = \left(\frac{1}{1-\beta^2} - 1\right)$$

$$P^2 = \frac{m^2 v^2}{1-\beta^2} = \frac{m^2 \beta^2 c^2}{1-\beta^2} = m^2 c^2 \frac{\beta^2}{1-\beta^2} = m^2 c^2 \left(\frac{1}{1-\beta^2} - 1\right)$$

$$P^2 c^2 = m^2 c^4 \left(\frac{1}{1-\beta^2} - 1\right)$$

$$P^2 c^2 + m^2 c^4 = \left(\frac{m^2 c^4}{1-\beta^2}\right) = E^2$$

$$P^2 c^2 + E_0^2 = E^2 \quad \text{Gleichung 2-10}$$

aus

$$E = E_0 + T = m_v c^2 = \frac{E_0}{\sqrt{1-\beta^2}} = \gamma E_0 \quad \text{Gleichung 2-7}$$

und

$$P = m_v v = \frac{m}{\sqrt{1-\beta^2}} v \quad \text{Gleichung 2-9}$$

folgt:

$$cP = \beta E \quad \text{Gleichung 2-11}$$

Durch Umformung erhalten wir außerdem:

$$E = m_v c^2$$

$$E_0 = mc^2$$

$$\frac{E_0}{E} = \frac{m}{m_v} = \frac{m_0}{m_0} \sqrt{1-\beta^2} \quad |^2 \quad \rightarrow \frac{E_0^2}{E^2} = 1-\beta^2$$

$$\beta^2 = 1 - \frac{E_0^2}{E^2} \rightarrow \beta = \sqrt{1 - \frac{E_0^2}{E^2}}$$

$$\beta = \sqrt{\frac{E^2 - E_0^2}{E^2}} = \sqrt{\frac{c^2 P^2}{c^2 P^2 + E_0^2}} = \frac{cP}{\sqrt{c^2 P^2 + E_0^2}} \quad \text{Gleichung 2-12}$$

Aus

$$E = E_0 + T = m_v c^2 = \frac{E_0}{\sqrt{1-\beta^2}} = \gamma E_0 \quad \text{Gleichung 2-7}$$

kann man entnehmen, dass die klassische Näherung für $\beta^2 \ll 1$ gilt, woraus folgt:

$$T \ll E_0 \quad \text{Gleichung 2-13}$$

Eine grobe Abschätzung der Teilchenenergien kann der nachfolgenden Tabelle entnommen werden:

| Teilchen | E_0 (MeV) |
|----------------------------------|-------------|
| Elektron | 0,511 |
| Proton (H^+) | 938 |
| Deuteron (D^+) | 1877 |
| α -Teilchen (He^{++}) | 3733 |

Tabelle 2: Ruheenergie verschiedener Teilchenarten

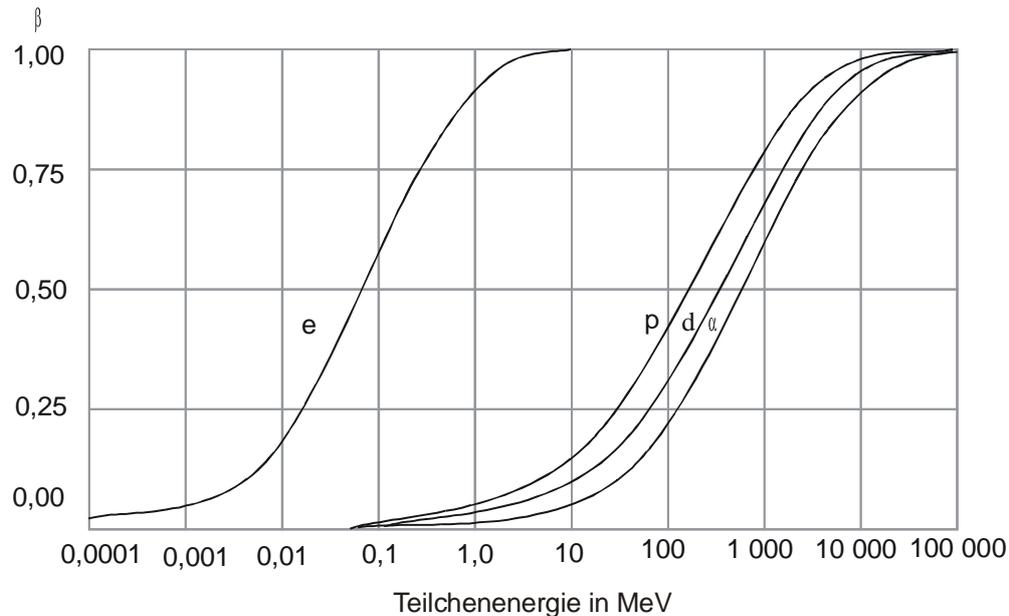


Abbildung 4: $\beta = \frac{v}{c}$ als Funktion der Energie für verschiedene Teilchenarten

Aus Tabelle 2 und Abbildung 4 geht hervor, dass für Elektronen die klassische Mechanik schon bei relativ kleinen Maschinen nicht mehr herangezogen werden kann, allerdings bei Ionen bis zu einigen 100 MeV eine gute Approximation liefert. Für Teilchengeschwindigkeiten, die nahe der Lichtgeschwindigkeit liegen, also $\beta \cong 1$ und $T \gg E_0$, ist die Näherung $\beta = 1$ zulässig, mit Ausnahme jener Ausdrücke, die $(1 - \beta^2)^{-\frac{1}{2}}$ enthalten. Zusätzlich wird E_0 gegenüber T vernachlässigt (ultrarelativistische Näherung).

$$m_v = m \left(1 + \frac{T}{E_0} \right) \quad \text{Gleichung 2-8}$$

und

$$P^2 c^2 + E_0^2 = E^2 \quad \text{Gleichung 2-10}$$

nehmen dann folgende Formen an:

$$m_v \cong m \frac{T}{E_0} \quad \text{Gleichung 2-14}$$

$$E \cong T \cong cP \quad \text{Gleichung 2-15}$$

Eine wichtige Anwendung der obigen Formeln ist die Berechnung der Bewegung eines geladenen Teilchens in einem konstanten und homogenen Feld senkrecht zur Ausbreitungsgeschwindigkeit. Das Teilchen im Einfluss des Feldes erleidet dabei eine Ablenkung infolge der Lorentzkraft $\vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B}$, wobei \vec{v} die Teilchengeschwindigkeit, q die Ladung des Teilchens und \vec{B} die magnetische Induktion im Punkt der Ladung repräsentiert. (Die Einheit der magnetischen Induktion ist im SI-System das Weber/m²; äquivalent 10⁴ Gauss.)
Aus

$$F_t = \dot{P}, \quad F_n = \frac{mv^2}{r} = \frac{Pv}{r} \quad \text{und} \quad F_b = 0, \quad \text{Gleichung 2-3}$$

folgt daher:

$$\dot{P} = 0 \quad \text{Gleichung 2-16}$$

$$|q|vB = P \frac{v}{R} \quad \text{Gleichung 2-17}$$

Der Betrag des skalaren Impulses ist konstant und das Teilchen beschreibt eine Kreisbahn, gegeben durch folgenden Radius:

$$R = \frac{P}{|q|B} \quad \text{Gleichung 2-18}$$

Für Elektronen, Protonen oder Deuteronen kann obige Gleichung in der Form:

$$R = 33,356 \times 10^{-4} \beta \frac{E}{B} = 33,356 \times 10^{-4} \frac{E}{B} \left[1 - \left(\frac{E_0}{E} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{Gleichung 2-19}$$

dargestellt werden³. In der ultrarelativistische Approximation ergibt sich R zu:

$$R = 33,356 \times 10^{-4} \frac{T}{B} \quad \text{Gleichung 2-20}$$

(E , T , E_0 sind in MeV, B in Tesla anzugeben.)

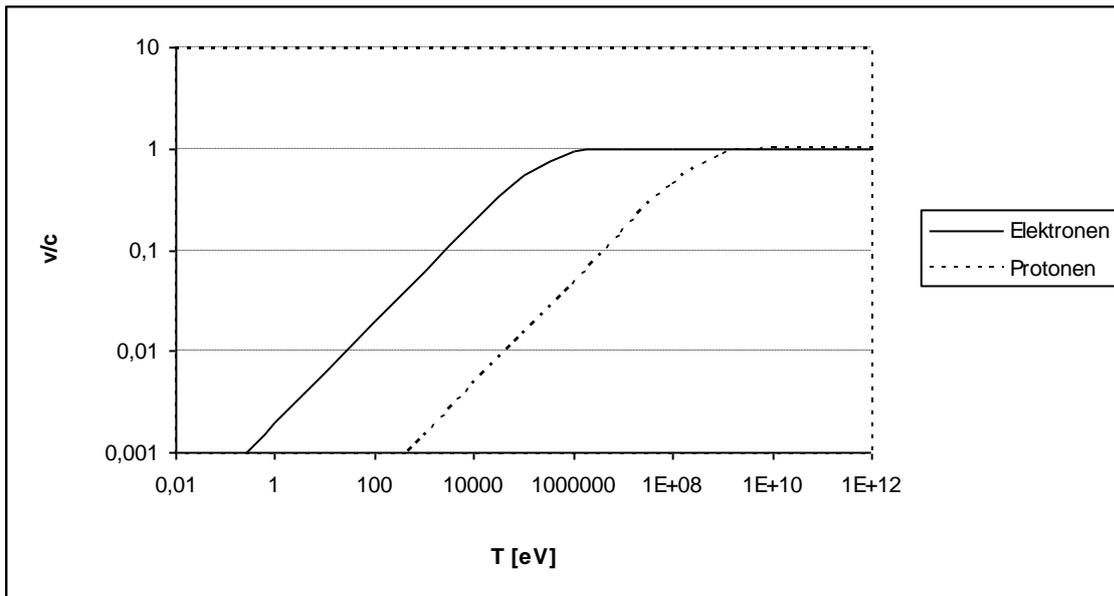


Abbildung 5: Elektronengeschwindigkeit und Protonengeschwindigkeit (punktiert) als Funktion der kinetischen Energie; linearer Bereich = klassisch, gekrümmter Bereich = semi-relativistisch, konstanter Bereich = relativistisch¹

3 Die Haupttypen der Teilchenbeschleuniger

3.1 Die elektrostatischen oder direkten Beschleuniger

Der elektrostatische Beschleuniger stellt den einfachsten Beschleunigertyp dar. Er kann zur Beschleunigung von Elektronen und positiven Ionen (meist H^+ oder D^+) herangezogen werden. Der elektrostatische Beschleuniger besteht aus einer evakuierten (Glas-)Röhre (Länge: ca. 10 cm bis einige m), an der an jedem Ende Elektroden angebracht sind. Eine Elektrode liegt auf Erdpotential und stellt das Target dar, die andere Elektrode wird auf sehr hohe positive oder negative Spannung gelegt. Die Ionen- oder Elektronenquelle (Kathode) befindet sich innerhalb des Beschleunigungsrohres. Die kinetische Energie, mit welcher die Teilchen das Target treffen, ergibt sich aus dem Produkt der angelegten Spannung zwischen den Elektroden und der Ladung der Teilchen. Falls die Ladung $\pm e$ ist, vereinfacht sich die Multiplikation und die kinetische Energie ist gleich der zwischen den Elektroden angelegten Spannung in eV. Ziel ist es daher, eine möglichst hohe Spannung zu erzeugen. Diese Spannung ist limitiert durch die Entladung innerhalb und außerhalb der Beschleunigungsröhre. Diese Entladung kann zwischen den beiden Elektroden oder zwischen der Hochspannungselektrode und dem Erdpotential oder zwischen der Hochspannungselektrode und den Wänden der Kammer auftreten. Um eine möglichst große Beschleunigung zu erzielen, wird ein langes Rohr verwendet. Besonders zu beachten ist, dass der Abstand zwischen Rohr und Wand groß ist. In der Praxis können auf diese Weise kaum Energien über einigen MeV erreicht werden. Befindet sich der gesamte Beschleuniger in einem Tank gefüllt mit einem inerten Gas (Druck: 10 - 15 atm), so können Spannungen bis etwa 9 MV erzielt werden. Höhere Spannungen sind mit wesentlich größerem technischen Aufwand verbunden.

Die einzelnen elektrostatischen Beschleuniger unterscheiden sich vorwiegend durch die Geräte zur Erzeugung der Spannung an den Elektroden.

Der wesentliche Vorteil der elektrostatischen oder direkten Generatoren besteht in der hohen Stromstärke, in der Gleichstromcharakteristik, in der hohen Energiestabilität (besser als 0,1 %) und in der guten Strahlkollimation.

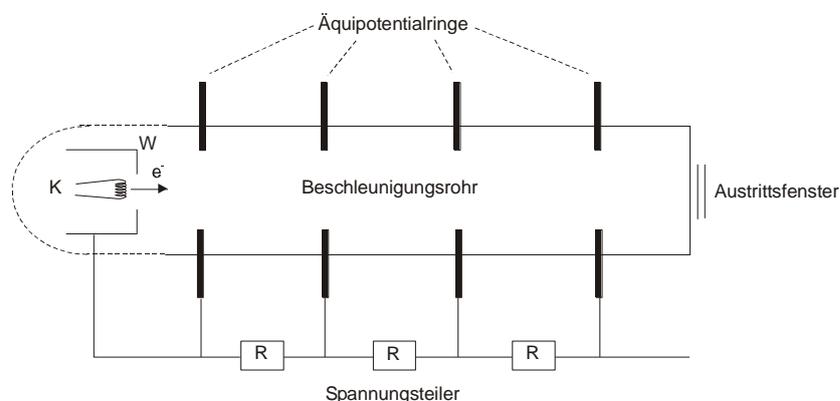


Abbildung 6: Schemazeichnung eines Beschleunigungsrohres

3.2 Das Betatron



Das erste Betatron wurde 1940 von Donald William Kerst an der Universität von Illinois gebaut. Es beschleunigte Elektronen auf eine Energie von 2,3 MeV. Schon zwei Jahre später wurde von Kerst ein verbessertes Betatron realisiert, das Elektronen auf etwa die 10-fache Energie beschleunigen konnte.

Abbildung 7: Donald William Kerst ⁴

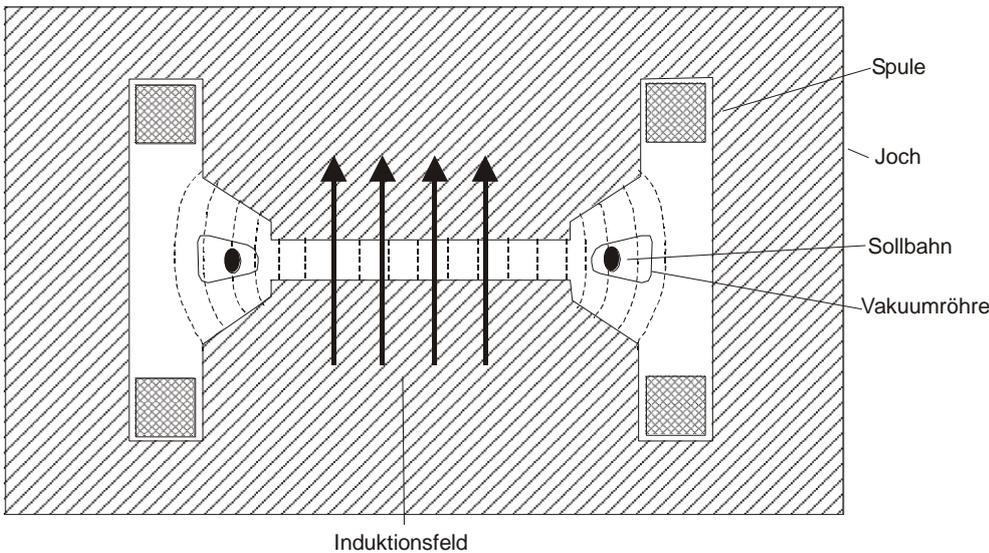


Abbildung 8: schematische Darstellung des Betatrons ⁵

Ein Betatron (Kategorie: periodischer Beschleuniger) besteht aus einem Magnetjoch, dessen Pole ein nach außen hin abfallendes Feld erzeugen. Das magnetische Feld wird durch einen Strom mit einer Frequenz von 50 – 200 Hz erzeugt. Im Magnetfeld liegt eine toroidale Vakuumkammer – ein Vakuumrohr, in welchem die Elektronen auf die gewünschte Energie beschleunigt werden können. Das magnetische Feld, angedeutet durch strichlierte Feldlinien, hat hier eine zweifache Funktion:

- Der magnetische Fluss innerhalb des Beschleunigungsrohres ändert sich mit der Zeit und induziert ein elektrisches Feld, dessen Feldlinien Kreise bilden, welche orthogonal zum Symmetriezentrum ausgerichtet sind. Einer dieser Kreise wird als „Sollkreis“ oder „Sollbahn“ des Beschleunigers bezeichnet. Das elektrische Feld beschleunigt somit die Elektronen.
- Das in der Vakuumkammer vorhandene magnetische Feld übt eine zum Zentrum gerichtete Lorentzkraft auf die Elektronen aus und hält sie damit auf einer Kreisbahn.

Das Betatron weist eine Analogie zum Transformator auf, wobei der Primärstrom jener Wechselstrom ist, welcher das magnetische Feld aufrecht hält. Den sekundären Strom bilden die Elektronen, welche in der Vakuumkammer beschleunigt werden.

Damit das magnetische Feld als Führungsfeld, sowie als Feld zur Beschleunigung der Teilchen wirken kann, muss ein bestimmter Zusammenhang zwischen dem Führungsfeld \bar{B} am Sollkreis und dem Mittelwert des Feldes \bar{B} innerhalb des Sollkreises gelten (engl.: Betatron-Relation, deut. Widerö-Bedingung, auch $\frac{1}{2}$ -Bedingung).

Um diese Beziehung abzuleiten, betrachten wir vorerst einen magnetischen Fluss, der charakterisiert ist durch den Radius R und das mittlere magnetische Feld \bar{B} :

$$\Phi = \pi R^2 \bar{B} \quad \text{Gleichung 3-1}$$

Für das Linienintegral über das elektrische Feld gilt:

$$2\pi R E = - \frac{d\Phi}{dt} \quad \text{Gleichung 3-2}$$

Andererseits ergibt

$$F_t = -eE = - \frac{dP}{dt} \quad \text{Gleichung 3-3}$$

(für die Ladung e^-):

$$F_t = -eE = - \frac{dP}{dt} \quad \text{Gleichung 3-3}$$

durch Substitution von

$$2\pi R E = - \frac{d\Phi}{dt} \quad \text{Gleichung 3-2}$$

und Verwendung von

$$\Phi = \pi R^2 \bar{B} \quad \text{Gleichung 3-1}$$

folgt

$$\frac{dP}{dt} = \frac{e}{2\pi R} \frac{d\Phi}{dt} = \frac{1}{2} e R \frac{d\bar{B}}{dt} \quad \text{Gleichung 3-4}$$

Da R durch

$$|q|vB = P \frac{v}{R} \quad \text{Gleichung 2-17}$$

als $R = \frac{P}{|q|B}$ gegeben ist, gilt

$$P = eRB \quad \text{Gleichung 3-5}$$

mit B als Induktionsfeld am Sollkreis. Durch differenzieren nach der Zeit t erhält man

$$\frac{dP}{dt} = eR \frac{dB}{dt} \quad \text{Gleichung 3-6}$$

Vergleicht man

$$\frac{dP}{dt} = \frac{e}{2\pi R} \frac{d\Phi}{dt} = \frac{1}{2} eR \frac{d\bar{B}}{dt} \quad \text{Gleichung 3-4}$$

mit

$$\frac{dP}{dt} = eR \frac{dB}{dt} \quad \text{Gleichung 3-6,}$$

so erhält man

$$\frac{dB}{dt} = \frac{1}{2} \frac{d\bar{B}}{dt} \quad \text{Gleichung 3-7}$$

und nach Integration

$$B(t) = \frac{1}{2} \bar{B}(t) + \text{const.} \quad \text{Gleichung 3-8}$$

Diese Beziehung nennt man engl.: **Betatron - Relation**, deutsch: **Wideröe – Bedingung**, auch **½-Bedingung**.

Da das induzierte Feld ein Wechselfeld ist, kann das Feld die Elektronen nur in jenem Teil der Hohlwelle beschleunigen, in dem das Feld richtig gepolt ist. Daher werden die Elektronen nur die Hälfte (oder weniger als die Hälfte) der Periode durch den angelegten Wechselstrom beschleunigt. Dies zeigt sich auch in der Tatsache, dass Betatrons gepulst mit derselben Frequenz, wie jene des Wechselstroms betrieben werden.

Elektronen werden im Allgemeinen injiziert, wenn das magnetische Feld nahezu Null ist.

Wenn das magnetische Feld sein Maximum erreicht, können die Elektronen - oft durch Ablenkung des Strahls - auf ein Target abgebremst werden (Bremsstrahlung).

Betatrons sind geeignet zur Erzeugung von Energien zwischen 5 und 300 MeV. Für niedrigere Energien werden vor allem elektrostatische Beschleuniger eingesetzt. Zur Erzeugung von höheren Energien werden aufgrund der hohen Kosten der Eisenjoche andere Formen von Beschleunigern bevorzugt. Aus demselben Grund werden kaum Betatrons zur Beschleunigung von Ionen verwendet. Als Beispiel sei hier die Beschleunigung von Protonen erwähnt: 30 MeV Protonen verlangen einen 8-mal größeren Radius als Elektronen derselben Energie.

Anzumerken ist, dass Betatrons (speziell jene mit Energien < 20 MeV) vor allem in der Medizin und Industrie eingesetzt werden. Kleine Betatrons wurden als Strahlenquelle zur Produktion von hochenergetischen Röntgenstrahlen in der Tumorthherapie verwendet. Die wichtigste industrielle Anwendung ist die Strukturanalyse und die Durchleuchtung von Metallen und Legierungen.

3.3 Der Linearbeschleuniger (LINAC = Linear Accelerator)

Das LINAC-Prinzip wurde 1925 von dem Schweden Ising vorgeschlagen und drei Jahre später von



Rolf Wideröe durch Experimente bestätigt. In den Jahren 1933/34 setzten Jesse Wakefield Beams und seine Mitarbeiter an der Universität von Virginia die Entwicklung des LINACs mit ersten Studien von Hohlleiterstrukturen fort. Gleichartige Untersuchungen wurden ab 1930 von William Webster Hansen an der Stanford Universität durchgeführt, wobei erstmals Klystronröhren als Treiber eingesetzt wurden.

Abbildung 9: Rolf Wideröe⁶

Der Linearbeschleuniger (oder kurz LINAC) beschleunigt geladene Teilchen mit Hilfe von elektrischen Wechselfeldern entlang einer in erster Näherung geradlinigen Bahn. Da die verwendeten elektromagnetischen Felder Frequenzen zwischen 10 und einigen 1000 MHz haben, bilden Hohlraumresonatoren oder Wellenleiter besonderer Konstruktion das Herzstück der Beschleuniger, welche einen kontinuierlichen bzw. diskontinuierlichen Übergang der Energie von der elektromagnetischen Welle auf das Teilchen gestatten. Daher bestimmt im Linearbeschleuniger die Form der felderzeugenden Konstruktion die Spezifikationen der gesamten Maschine.

Drift-Tube-LINAC (diskontinuierlicher Beschleuniger)

Die einfachste Beschleunigerstruktur wurde von R. Wideröe (1928), D.H. Sloan und E.O. Lawrence (1931) vorgeschlagen. Der LINAC von Sloan und Lawrence besteht im Wesentlichen aus einer Reihe von zylindrischen Röhren, welche mit einem Hochfrequenzoszillator verbunden sind. Die Verbindung zwischen den Elektroden und der Spannungsversorgung wird so gewählt, dass aufeinander folgende Elektroden entgegengesetzte Polaritäten aufweisen. Der Teilchenstrahl wird entlang der Achse im Inneren der Vakuumkammer eingeschossen.

Der Mechanismus der Beschleunigung ist folgender: Im Inneren der zylinderförmigen Elektrode ist das Feld immer Null, in den Spalten zwischen zwei aufeinander folgenden Elektroden wechselt das elektrische Feld mit der Frequenz des Generators. Die Länge der zylinderförmigen Elektrode wird so gewählt, dass ein Teilchen, welches im ersten Spalt das für die Beschleunigung richtige Feld (also ein Feld richtiger Polarität) „sieht“, jeden Hohlzylinder in einer Zeit, die der halben Periode des Generators gleich ist, passiert. Daher „sieht“ das Teilchen das elektrische Feld in jedem Spalt in der gleichen Phase, wie im ersten Spalt und wird somit bei jeder Passage eines Spaltes beschleunigt. Das Teilchen erhöht damit seine Energie um qV , wenn V die Spannung im Spalt im Moment des Passierens des Teilchens ist.

Die Länge l jedes Zylinders muss gleich $v \frac{T}{2}$ sein, wenn T die Periode des Oszillators und v die

Geschwindigkeit des Teilchens im jeweiligen Zylinder ist. Da v von einem Zylinder zum nächsten

zunimmt, sind die zylindrischen Elektroden von zunehmender Länge. Falls jedoch v gegen c geht (ultrarelativistische Teilchen) wird die Geschwindigkeitsänderung von einem Zylinder zum nächsten immer geringer; die Längen der Zylinder nehmen einen konstanten Wert an: $c \frac{T}{2}$.

Dieser LINAC findet Verwendung für die Beschleunigung von Protonen und schweren Teilchen.

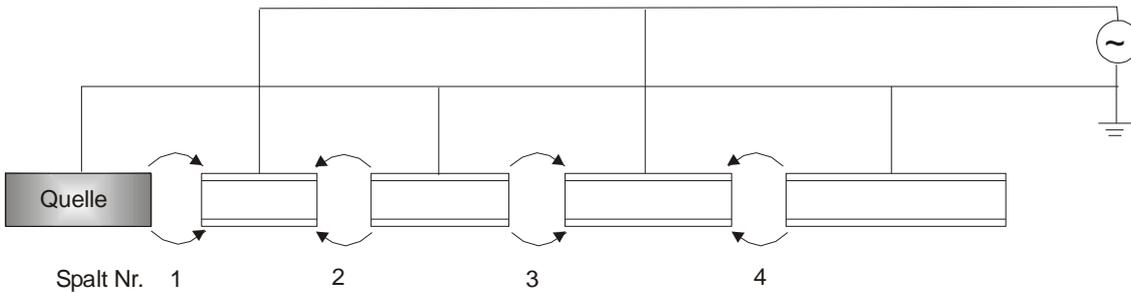


Abbildung 10: Schematische Darstellung eines Drift-tube LINACs⁵

Wanderwellen-LINAC (kontinuierlicher Beschleuniger)

Eine andere wichtige Methode besteht darin, eine elektromagnetische Welle in der Beschleunigerstruktur (Wellenleiter) „wandern“ zu lassen. Falls das elektrische Feld am jeweiligen Aufenthaltsort des zu beschleunigenden Teilchens im Mittel der Richtung der Teilchenbewegung entspricht und bestimmte Phasenbeziehungen eingehalten werden, kann von der Wanderwelle kontinuierlich Energie auf das Teilchen übertragen werden.

Elektronen-LINACs zählen zur dieser Klasse der beschriebenen LINACs.

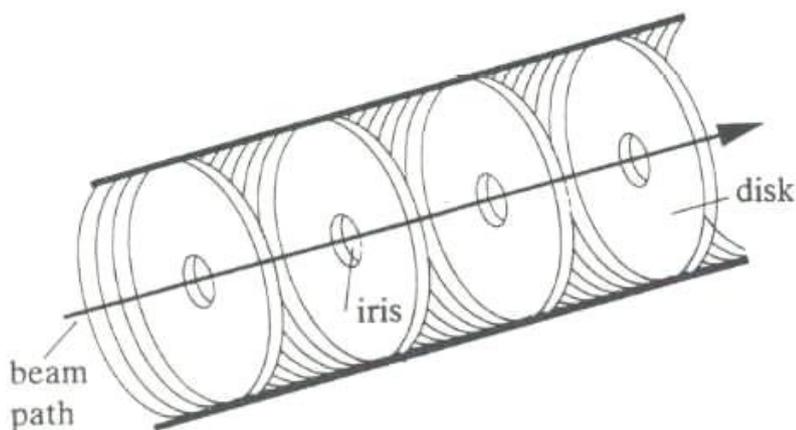


Abbildung 11: Schnitt durch einen Wanderwellen-LINAC (engl. iris-loaded waveguide, dt. auch "Runzelröhre")⁷

Bei der Konstruktion eines LINACs sind folgende Punkte zu beachten: Falls die Geschwindigkeit der Teilchen groß ist, muss entweder die Gesamtlänge der Maschine groß sein oder die Frequenz hoch. Um große Beschleunigerlängen zu vermeiden, werden daher hohe Frequenzen verwendet, was allerdings in der Praxis Schwierigkeiten im Energieübertrag macht und mit großen Energieverlusten verbunden ist. Durch Hohlraumresonatoren kann dieses Problem vermindert werden.

Linearbeschleuniger sind üblich für Energien unter 200 MeV und werden oft als Zusatz- (Injektor-) Maschinen für große Beschleuniger (Synchrotrons) verwendet. Die Beschleunigung von Elektronen kann in LINACs allerdings auch bis zu mehreren GeV vorangetrieben werden. Das bekannteste Beispiel hierfür ist der 20 GeV und etwa 10 000 ft (= ca. 3.048 m) lange Stanford-Linearbeschleuniger.

3.4 Das Zyklotron

Das Prinzip des Zyklotrons wurde von E.O. Lawrence 1930 theoretisch und gemeinsam mit M.S. Livingston 1931 experimentell an der Universität von Kalifornien in Berkeley entwickelt. Mit dem ersten Prototypen beschleunigten die beiden Forscher Protonen auf eine Energie von 80 keV. Der Durchmesser betrug etwa 9 cm.

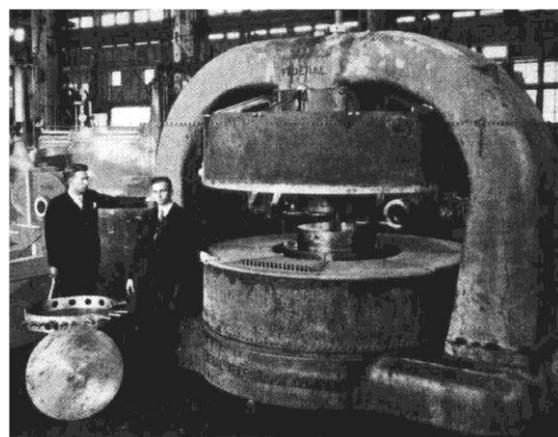
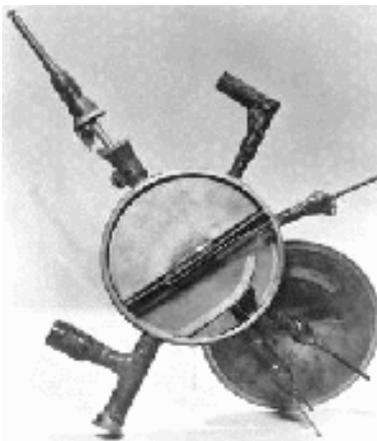


Abbildung 12: Das erste Zyklotron, gebaut von Lawrence und Livingston (links)⁸

Abbildung 13: E.O. Lawrence und M.S. Livingston mit dem 27 inch Zyklotron in den dreißiger Jahren in Berkeley/USA (rechts)

In einem Zyklotron werden Teilchen durch ein Hochfrequenzfeld (Frequenz 10 – 30 MHz) entlang einer spiralförmigen Bahn, welche durch ein fast homogenes Magnetfeld senkrecht zur Ausbreitungsrichtung bedingt wird, beschleunigt. Die Teilchen bewegen sich innerhalb einer Vakuumkammer, die im einfachsten Fall wie ein flacher und hohler Halbzylinder ("Dee") ausgebildet ist. In Simulationsrechnungen kann gezeigt werden, dass die klassische Dee-Form optimiert werden kann.

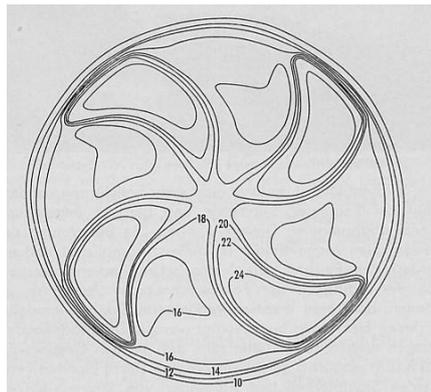


Abbildung 14: Linien gleicher magnetischer Feldstärken

Das Hochspannungs-Hochfrequenzfeld wird so zwischen die Elektroden gelegt, dass im Spalt zwischen den „Dees“ ein elektrisches Wechselfeld erzeugt wird, das Innere der „Dees“ aber frei vom elektrischen Feld bleibt.

Die beiden Vakuumkammern („Dees“) befinden sich in einem senkrecht dazu angreifenden Magnetfeld, verursacht durch große Magnete, welche ein konstantes, in erster Näherung homogenes Feld zur Ablenkung der Teilchen entlang einer kreisförmigen Bahn erzeugen.

In der Mitte der „Dees“ wird eine Ionenquelle angebracht, welche Ionen mit geringer Geschwindigkeit emittiert, die durch das elektrische Feld in Abhängigkeit von der Ladung der Ionen und der Richtung des elektrischen Feldes zum ersten „Dee“ beschleunigt werden. Im „Dee“ wirkt nun das magnetische Feld auf das Teilchen und zwingt es auf eine kreisförmige Bahn, welche mit konstanter Geschwindigkeit durchlaufen wird. Am Ende des Halbkreises tritt das Teilchen aus dem „Dee“ aus und durchwandert das nun umgepolte elektrische Feld, wodurch es erneut beschleunigt wird. Das nun energiereichere Teilchen folgt im darauf folgenden „Dee“ einem Halbkreis größeren Radius, u.s.w..

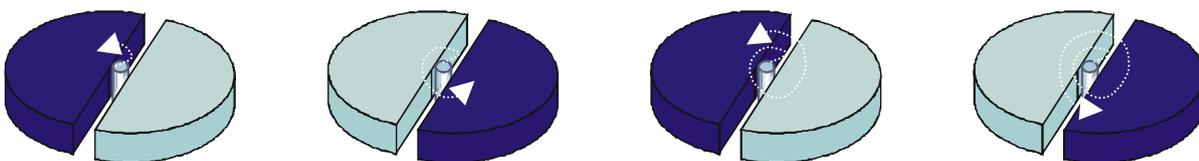


Abbildung 15: Schematische Darstellung der Umpolung der „Dees“

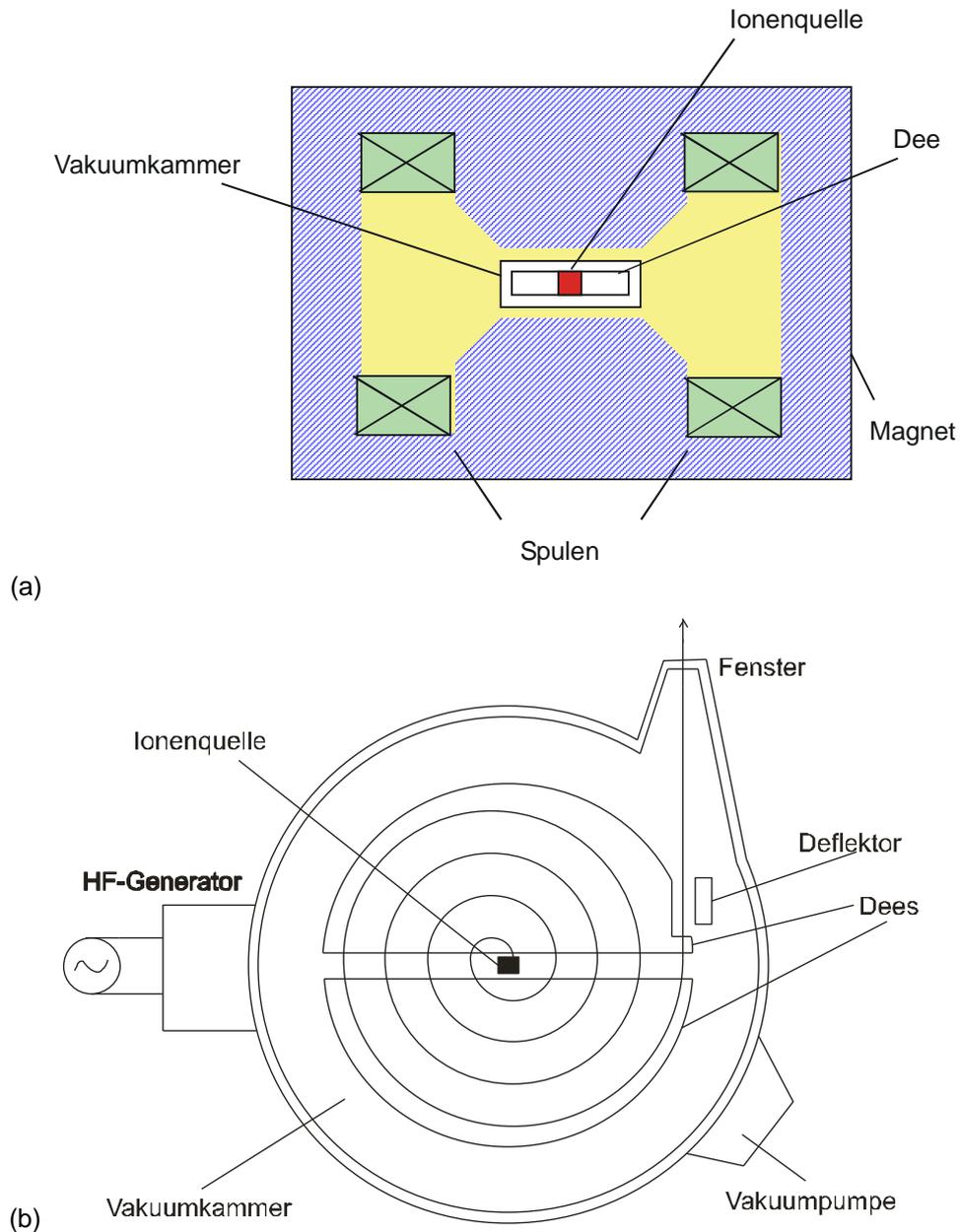


Abbildung 16: (a) Längs- und, (b) Querschnitt durch ein Zyklotron⁵

Die zum Durchlauf eines „Dees“ benötigte Zeit muss konstant sein. Die Kreisfrequenz ω_e des RF-Generators wird so gewählt, dass die Durchgangszeit durch einen Halbzylinder gleich der halben Periode des felderzeugenden Oszillators ist. Dadurch kann das elektrische Feld immer mit derselben Phase auf das zu beschleunigende Teilchen wirken. Die Ionen gewinnen bei jedem Durchgang durch den Spalt und damit durch das elektrische Feld den gleichen Energiebetrag. Die Zeit τ , die das Teilchen benötigt, um einen Halbzylinder vom Radius r mit konstanter Geschwindigkeit v zu durchlaufen, ist gegeben durch:

$$\tau = \frac{\pi r}{v}, \text{ wobei mit}$$

$$r = \frac{P}{|q|B} = \frac{m_v v}{|q|B} = \frac{m_v}{|q|B} \frac{\pi r}{\tau} \quad \text{Gleichung 3-9}$$

folgt:

$$\tau = \frac{\pi m_v}{|q|B} \quad \text{Gleichung 3-10}$$

Falls wir verlangen, dass diese Zeit gleich der Halbperiode $\frac{\pi}{\omega_e}$ der felderzeugenden Hochfrequenz

ist, folgt:

$$\omega_e = \frac{|q|B}{m_v} \quad \text{Gleichung 3-11}$$

Für den klassischen, nicht relativistischen Fall gilt nun: $m_v \cong m$, wobei τ konstant bleibt.

$$\omega_e = \frac{|q|B}{m} \quad \text{Gleichung 3-12}$$

Die durch die letzte Gleichung gegebene Frequenz nennt man auch **Zyklotron-Frequenz** oder **nicht relativistische magnetische Resonanzfrequenz**. Die für die klassische Approximation notwendige Bedingung $T \ll E_0$ begrenzt die Maximalenergie auf einige Prozent der Ruheenergie der Teilchen. Daher kann ein Zyklotron nicht für die Beschleunigung von Elektronen verwendet werden. Falls jedoch die kinetische Energie der Teilchen steigt und diese einen nicht zu vernachlässigenden Beitrag bezüglich der relativistischen Energie liefert, nimmt auch die Masse und die Durchgangszeit τ zu. Das Teilchen verspätet sich daher gegenüber dem elektrischen Feld immer mehr, bis es schließlich im Spalt in einem Gegenfeld abgebremst wird. Für ein Standard-Zyklotron ist die Energie daher für Protonen auf ca. 20 MeV beschränkt, auf 25 MeV für Deuteronen und auf 50 MeV für α -Teilchen. Für die Beschleunigung von Elektronen eignet sich das Zyklotron nicht, da ihre Masse bereits bei 1 MeV verdreifacht ist. Innerhalb dieses Limits findet das Zyklotron vielfachen praktischen Einsatz. Vergleicht man Zyklotrone mit anderen elektrostatischen Beschleunigern, so erzeugen beide Strahlen hoher Intensität. Bei Zyklotronen treten jedoch weniger Wartungsarbeiten wegen Isolationsproblemen auf. Zyklotrone zeichnen sich weiters durch ihre Homogenität und Kompaktheit gegenüber energetisch vergleichbaren Linearbeschleunigern aus.

Um die Maße eines Zyklotrons abzuschätzen, stellen wir folgende Überlegung an:

$$R = \frac{mv_f}{|q|B} = \frac{\sqrt{(2mT_f)}}{|q|B} \quad \text{Gleichung 3-13}$$

mit R = Radius und Index f = final, was als Index der größten Geschwindigkeit, bzw. der größten kinetischen Energie im Zyklotron verwendet wird.

Für die magnetische Induktion (B - Feld) in der Größenordnung von 1 T (= 1 Wb/m²; 1 Weber = 10⁴ Gauss) liegt der errechnete Radius für Protonen bei $R = 0,45m$ für 10 MeV, für Deuteronen bei $R = 0,9m$ für 20 MeV.

Das Zyklotron ist dem beschriebenen Linearbeschleuniger ähnlich. Die Bahn ist eine Art Spirale, die durch das magnetische Feld erzeugt wird. Die aufeinander folgenden Luftspalten-Elektrodensysteme sind durch einen Spalt ersetzt, welcher mehrfach durchlaufen wird.

3.5 Das Synchrozyklotron

Im Betrieb der ersten Zyklotrone konnte die Energie nicht zeitgerecht beim Durchflug der eigentlichen Beschleunigungsstrecke zwischen den „Dees“ abgegeben werden. Im Zusammenhang mit diesem Problem entwickelten der russische Physiker Vladimir Veksler und der amerikanische Physiker Edwin McMillan das sogenannte Synchrozyklotron.

Das Synchrozyklotron oder frequenzmodulierte Zyklotron ist eine Weiterentwicklung des Zyklotrons, welches die durch die relativistische Massenveränderlichkeit bedingte energetische Begrenzung des klassischen Zyklotrons überwindet.

Die Bauweise eines Synchrozyklotrons ist der eines Zyklotrons sehr ähnlich, besteht doch der wesentliche Unterschied in der Modulation der Frequenz des HF-Generators. In einem Synchrozyklotron ändert sich die Frequenz periodisch, sodass die Energie nur während der Frequenzabnahme zur Beschleunigung der Teilchen herangezogen wird. Mit Hilfe dieses Tricks

gelingt es, die Gleichung $\omega_e = \frac{|q|B}{m}$ zu erfüllen, selbst wenn die Masse und die Zeit zum Durchlauf

eines „Dees“ mit der Energie zunehmen. Daraus folgt, dass nicht alle Teilchen, welche die Ionenquelle verlassen, auch das Ende der Beschleunigungsstrecke erreichen, sondern nur jene, die zum richtigen Zeitpunkt emittiert werden, wo also die Frequenz mit dem magnetischen Feld korreliert ist. Die Änderung von m_v und die durch die Modulation bedingte Änderung von ω_e gehorchen immer der Grundgleichung für die Zyklotronfrequenz. Es ist daher einsichtig, dass in einem Synchrozyklotron die Teilchen nicht wie in einem Zyklotron über den gesamten Bahnbereich gleichmäßig verteilt sind, sie bilden vielmehr einzelne „Wolken“ (sog. „bunches“), welche im Zentrum starten und entlang einer engen Spiralbahn sich mit steigender Geschwindigkeit fortbewegen. Die einzelnen „bunches“ verlassen das Zentrum des Synchrozyklotrons mit einer Frequenz, welche der Frequenz der Modulation (Größenordnung 100 Hz) gleich ist. Der von einem Zyklotron erzeugte Strahl ist daher mit

der gleichen Frequenz gepulst, was zu einer starken Reduktion der mittleren Strahlintensität im Vergleich zu der des Zyklotrons führt.

In der Praxis ist auch die Tatsache relevant, dass die Teilchen im Synchrozyklotron gegenüber dem Zyklotron eine viel größere Anzahl von Umläufen erfahren (ca. 10.000 gegenüber 10). Dies bedingt eine engere Spiralbahn, welche durch eine Beschleunigungsspannung von ca. 10 kV (gegenüber 100 kV beim Zyklotron) realisiert wird.

Der Radius der Magnetpole ergibt sich ähnlich der Gleichung für den Radius eines Zyklotrons nach ⁹ zu:

$$R = \frac{P_f}{|q|B} = \frac{1}{c|q|B} (T_f^2 + 2E_0T_f)^{1/2} \quad \text{Gleichung 3-14}$$

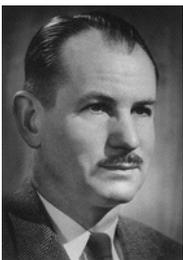
Für den klassischen nicht relativistischen Grenzfall ($T_f \ll E_0$) ist daraus die Gleichung des Radius für Zyklotrone ersichtlich.

Das energetische Limit eines Synchrozyklotrons ist im wesentlichen durch die Kosten bedingt. In vielen Fällen wird bei hochenergetischen Anwendungen auf ein Synchrotron zurückgegriffen. An der Universität von Kalifornien in Berkeley wurde ein 730 MeV Protonen-Synchrozyklotron gebaut, am CERN in Genf ein 600 MeV Beschleuniger.

Zyklotrone sind für die Beschleunigung von Elektronen prinzipiell nicht geeignet.

3.6 Das Synchrotron

Die Experimente zur Untersuchung von Teilchen und ihren Wechselwirkungen benötigten Mitte der 40-er Jahre Teilchenenergien, die mit den Zyklotron bzw. dem Betatron nicht mehr zu erreichen



waren. Aus diesem Grund wurde das Synchrotron entwickelt, dessen Prinzip 1945 fast gleichzeitig von Edwin Mattison McMillan an der Universität von Kalifornien und von Vladimir Iosifovich Veksler in der Sowjetunion beschrieben wurde. Edwin Mattison McMillan baute 1945 das erste 320 MeV-Elektronen Synchrotron an der Universität von Kalifornien. Ab dem Ende der 50-er Jahre wurden weltweit mehrere Synchrotrone errichtet.

Abbildung 17: Edwin Mattison McMillan ¹⁰

Die teuersten Bestandteile eines Kreisbeschleunigers bilden die Magnete. Da der Radius der Magnete durch

$$R = \frac{P_f}{|q|B} = \frac{1}{c|q|B} (T_f^2 + 2E_0T_f)^{1/2} \quad \text{Gleichung 3-14}$$

mit der Endenergie der Teilchen (max. einige 100 MeV) verbunden ist, ist die Größe eines Synchrozyklotrons beschränkt. Für höhere Energien werden daher Synchrotrone eingesetzt, in denen Teilchen mittels eines hochfrequenten elektrischen Wechselfeldes beschleunigt werden. Die beschleunigten Partikel werden im Gegensatz zu Zyklotronen (Spiralbahn) auf einer kreisförmigen Bahn gehalten. Das magnetische Feld wirkt nur entlang dieser kreisförmigen Bahn und nicht innerhalb des Kreises. Die Kosten der verwendeten ringförmigen Magnete sind proportional zum Kreisradius eines Synchrotrons, während die Kosten eines Magneten eines Zyklotrons sich mit etwa der dritten Potenz des Radius steigern.

Im Synchrotron hat die Vakuumkammer, in der die Teilchen einer Bahn folgen, die Gestalt eines Torus (Fahrradschlauch), ähnlich dem Betatron. Das hochfrequente elektrische Wechselfeld ist an einer Stelle des Beschleunigerringes angebracht. Hier wird in einem Hohlraumresonator, welchen die Teilchen durchlaufen, mittels stationärer elektromagnetischer Wellen Hochspannung erzeugt und Energie übertragen.

Die Kreisfrequenz ω_e der Hochfrequenz muss so gewählt werden, dass die zugehörige Periode

$\tau = \frac{2\pi}{\omega_e}$ gleich der Zeit ist, die ein Teilchen für einen Umlauf benötigt (oder ein Submultiple). Da diese

Zeit allerdings mit steigender Energie geringer wird, muss die Frequenz moduliert werden (ω_e

steigend). Die Frequenz wird gegen den Grenzwert $\frac{c}{R}$ tendieren, wenn die Geschwindigkeit sich der Vakuumlichtgeschwindigkeit nähert.

Um die Teilchen auf einer fixen Kreisbahn des Radius R während der Energiezunahmen zu halten,

muss das Magnetfeld ebenfalls geändert werden. $R = \frac{P}{|q|B}$ zeigt, dass der Radius linear mit dem

Impuls des Teilchens ansteigt. Wenn das Teilchen aber dem phasenrichtigen Beschleunigungsfeld in der Kavität ausgesetzt werden soll, gilt:

$$\omega_e = k \frac{v}{R} \quad \text{Gleichung 3-15}$$

mit $\frac{v}{R}$ als der Kreisfrequenz der Teilchenbewegung und k einer positiven ganzen Zahl. Unter

Ausnützung von

$$\omega_e = k \frac{v}{R} \quad \text{Gleichung 3-15,}$$

$$|q|vB = P \frac{v}{R} \quad \text{Gleichung 2-17,}$$

$$\vec{P} = m_v \vec{v} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \text{Gleichung 2-2}$$

und

$$E = E_0 + T = m_v c^2 = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \gamma E_0 \quad \text{Gleichung 2-7}$$

erhält man:

$$\omega_e = \frac{k|q|B}{m_v} = \frac{k|q|BE_0}{mE} \quad \text{Gleichung 3-16}$$

Nachdem E als Funktion des Impulses P und als Funktion des magnetischen Feldes B in

$$P = m_v v = \frac{m}{\sqrt{1 - \beta^2}} v \quad \text{Gleichung 2-9}$$

$$|q|vB = P \frac{v}{R} \quad \text{Gleichung 2-17}$$

festgelegt ist, erhalten wir die folgende Beziehung zwischen der Kreisfrequenz und dem magnetischen Feld:

$$\omega_e = \frac{k|q|B}{m \left[1 + (cqB \frac{R}{E_0})^2 \right]^{1/2}} \quad \text{Gleichung 3-17}$$

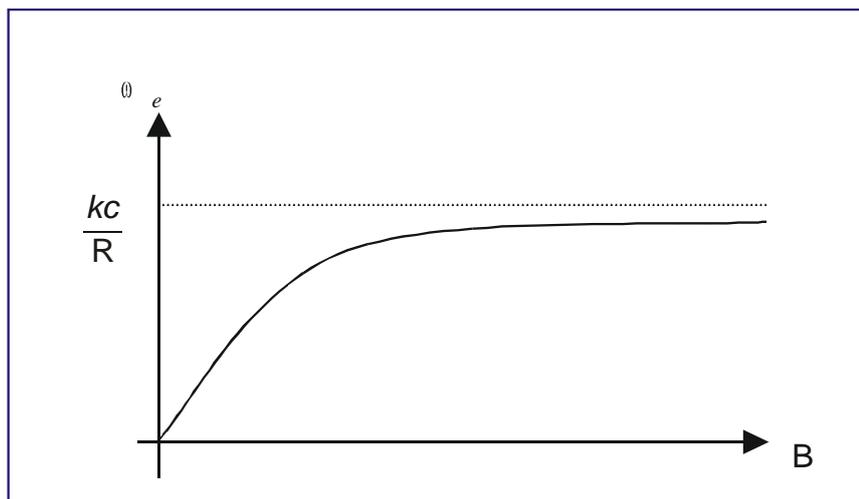


Abbildung 18: Frequenz als Funktion des magnetischen Feldes eines Synchrotrons⁵

In der Praxis variiert B mit niedriger Frequenz periodisch mit der Zeit entsprechend einer aus der Magnetkonstruktion gegebenen Abhängigkeit und ω_e wird so geändert, dass

$$\omega_e = \frac{k|q|B}{m \left[1 + (cqB R/E_0)^2 \right]^{1/2}} \quad \text{Gleichung 3-17}$$

erfüllt ist. Die Teilchen folgen während des Beschleunigungsvorganges nur dann dem gleichen Orbit, wenn die Spannung des HF-Hohlraumresonators beschleunigend wirkt.

Nur jene Teilchen, welche den richtigen Wert des elektrischen Feldes in der Kavität vorfinden, werden auf die maximale Energie beschleunigt. Die Maschine arbeitet daher gepulst, wobei die Pulsfrequenz jene des magnetischen Feldes ist. Die beschleunigten Teilchen treten in „bunches“ auf.

Um eine zu starke Modulation der Hochfrequenz zu vermeiden, werden die Teilchen durch einen zusätzlichen Beschleuniger (meist ein elektrostatischer Beschleuniger oder LINAC), der als „Injektor“ bezeichnet wird, auf einige MeV beschleunigt.

Anmerkung: Zur Erfüllung von

$$\omega_e = \frac{k|q|B}{m \left[1 + (cqB R/E_0)^2 \right]^{1/2}} \quad \text{Gleichung 3-17}$$

soll noch angemerkt werden, dass sie nicht streng im mathematischen Sinn in jedem Zeitpunkt erfüllt sein muss. Auch bei kleinen Abweichungen können die Teilchen bis zur Endenergie „in Phase“ bleiben.

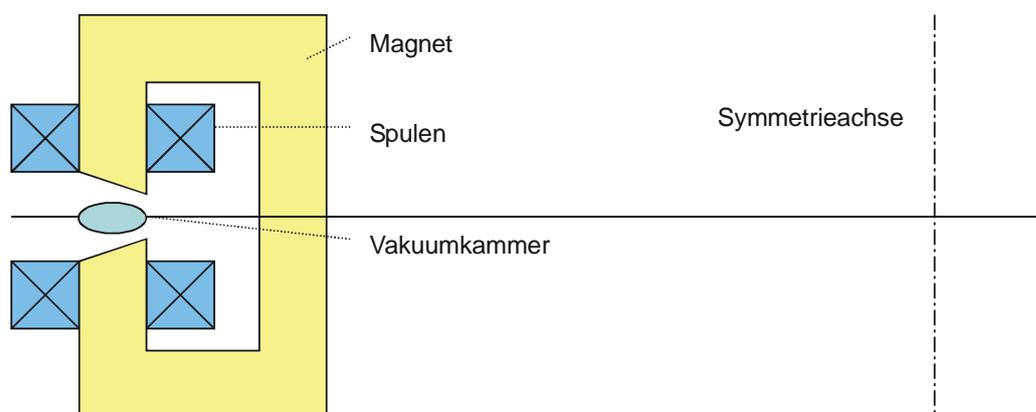


Abbildung 19: Schematische Darstellung des Querschnittes eines Synchrotrons⁵

Der Magnet besteht aus zwei ringförmigen Polstücken. Der magnetische Kreis wird meist durch eine vertikale eiserne Rückwand geschlossen, sodass der Querschnitt des Magneten C-förmig ist (siehe Abbildung 19). Die Magnetspulen werden mit einem niederfrequenten Wechselstrom oder mit einem sägezahnförmigen Strom gespeist. Damit können die Teilchen beschleunigt werden, wenn gleichzeitig das magnetische Feld B ansteigt.

In der Praxis zeigen die Vakuumkammern nicht immer eine ringförmige Struktur, vielmehr sind Teile auch linear und magnetisch feldfrei. Ein typisches Beispiel sei in Abbildung 20 dargestellt: 4 feldfreie gerade Abschnitte wechseln sich mit 4 Kreissegmenten zu je 90° ab. Die 4 geraden Segmente beinhalten vielfach den Injektor und Deflektor, die HF-Kavität, das Target, aber auch Anschlüsse für das Vakuumsystem. Diese spezielle Bauart eines Kreisbeschleunigers wird auch „racetrack“ – Synchrotron genannt.

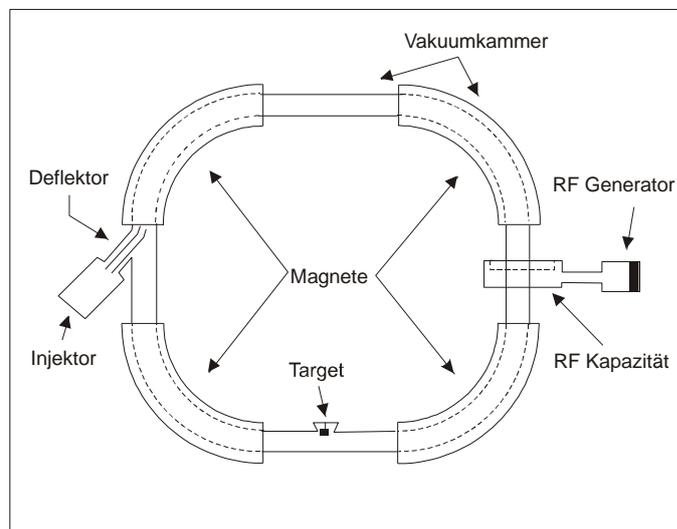


Abbildung 20: „racetrack“ - Synchrotron⁵

Vom energetischen Standpunkt aus gesehen, ist ein Synchrotron die einzige ökonomisch vertretbare Maschine für die Beschleunigung von Teilchen hoher Energie, wenn man vom Elektronen-LINAC (siehe Kapitel 3.3 und Kapitel 6.1) absieht. Für Beschleuniger über 1 GeV werden die Konstruktion und der Betrieb sehr komplex, sodass praktisch jeder Beschleuniger einer Sonderanfertigung für individuelle Fragestellungen und Lösungsmöglichkeiten entspricht.

Synchrotrone können nach ihren Funktionsprinzipien in mehrere Unterklassen unterteilt werden:

- „normale“ Synchrotrone oder Synchrotrone mit „**konstantem Feldgradienten**“ oder „**schwach fokussierende**“ Synchrotrone
- „**alternating gradient**“ oder „stark fokussierende“ Synchrotrone
- „**zero gradient**“ Synchrotrone

Näheres dazu in den folgenden Kapiteln.

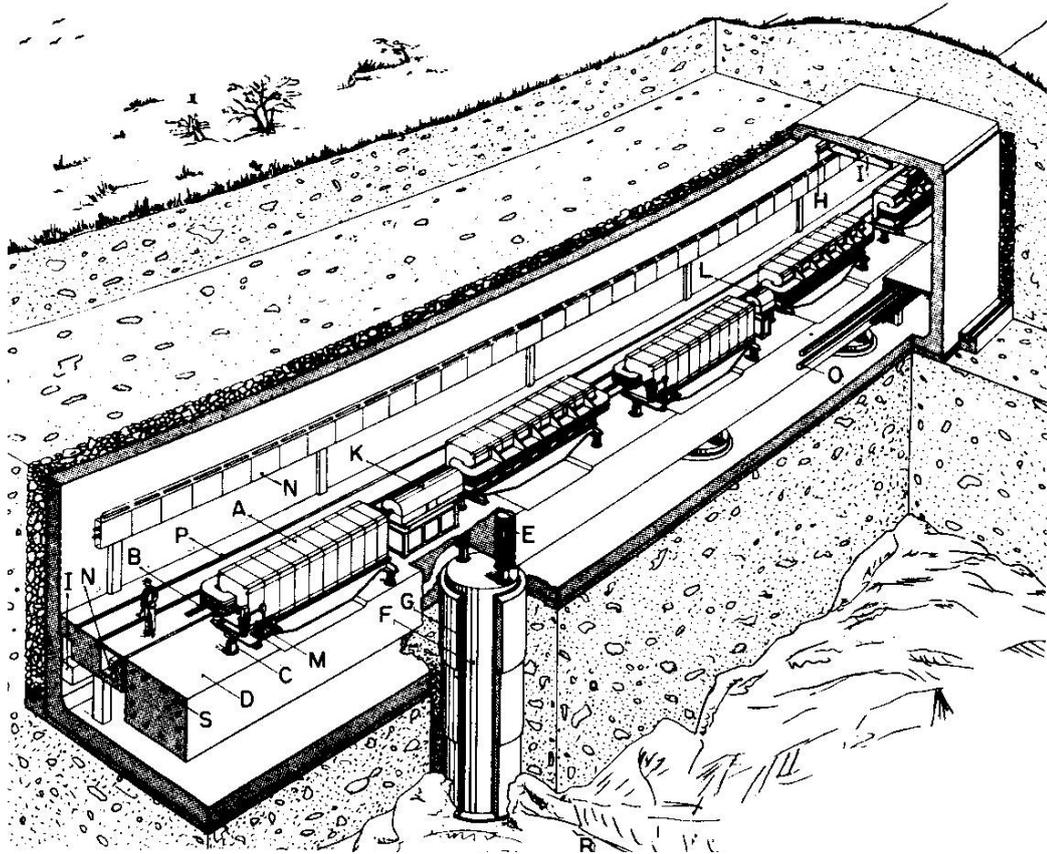


Abbildung 21: Schrägriss durch den CERN PS Ring (Proton Synchrotron); A Magnet, B, Vakuumkammer, C screw jack, D Betonring, E elastische Auflager, F Betonsäulen gelagert direkt am Gestein, G Bitumenschicht, H 2t Kran, I Ventilation, K HF Kavität, L magnetische Linse, M Vakuum Pumpe, N elektrische Kabel, O Wasserkühlung für die Magnete, P Schienen, Q Untergrund, R Gestein, S temperaturregulierende Wasserpumpen 1

3.7 Speicherring

Die Idee, Teilchen in einem Kreisbeschleuniger bei konstanter Energie möglichst lange ohne große Intensitätsverluste umlaufen zu lassen, sie auf diese Weise also zu speichern, wurde schon 1943 von Rudolf Kollath, Bruno Touschek und Rolf Wideröe aufgebracht. Es dauerte aber noch 12 Jahre bis Donald W. Kerst 1955 und kurz darauf auch Gerry O'Neill detailliertere Vorschläge zum Bau eines dazu geeigneten Beschleunigers machten. Ab 1958 wurden in Stanford und in Moskau Pläne für den Bau derartiger Anlagen ausgearbeitet.

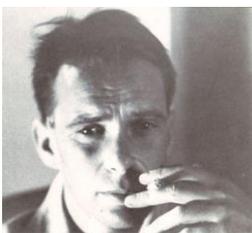


Abbildung 22: Bruno Touschek

Streng genommen ist ein Speicherring kein Beschleuniger, denn die Teilchenenergie und Teilchengeschwindigkeit werden konstant gehalten. Der Zweck eines Speicherrings ist es, einen

möglichst intensiven Teilchenstrahl durch das ständige Hinzufügen neuer Teilchen zu den bereits im Speicherring vorhandenen zu erzeugen und den Strahl ohne nennenswerte Verluste viele Stunden umlaufen zu lassen. In der nachfolgenden Skizze ist der prinzipielle Aufbau eines Elektronen-Positronen-Speicherrings dargestellt. An diesem soll die Funktionsweise des Speicherrings erklärt werden. Der Speicherring besteht aus den gleichen Komponenten wie das Synchrotron, d.h. aus Ablenkmagneten, Fokussierungsmagneten und Beschleunigungsstrecken. Es gibt zwei Injektionspunkte, an denen jeweils Elektronen und Positronen in den Speicherring eingebracht werden. Diese können auf Grund ihrer entgegengesetzten Ladung aber identischen Masse dieselbe Magnetstruktur in entgegengesetzter Richtung durchlaufen. Vor dem Kollisionspunkt sind spezielle Fokussierungsmagnete installiert, um die Teilchendichte und damit die Trefferwahrscheinlichkeit zu erhöhen.

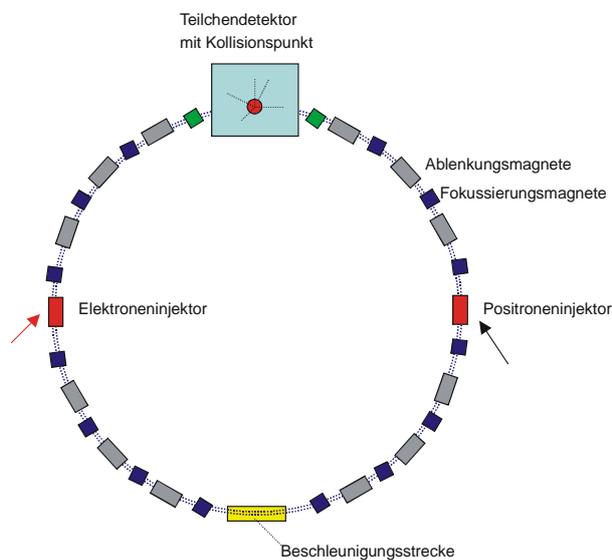


Abbildung 23: schematische Darstellung eines Speicherrings

Um den Kollisionspunkt ist der Großdetektor angeordnet, wobei dieser verschiedenste Daten der entstandenen Teilchen aufnimmt. Trotz der konstanten Teilchenenergie benötigen auch Speicherringe Beschleunigungsstrecken. Der Grund hierfür ist der Energieverlust, den die Teilchen bei der Ablenkung im Magnetfeld durch Aussenden von Synchrotronstrahlung erfahren und der kompensiert werden muss. Einen hohen Fluss des Teilchenstrahls erreicht man Dank des Speicherprinzips durch viele aufeinander folgende Strahlinjektionen aus einem Vorbeschleuniger. So lässt sich in einem Speicherring ein Strahl aufbauen, dessen Fluss den des Vorbeschleunigers um mehrere Größenordnungen übertrifft.

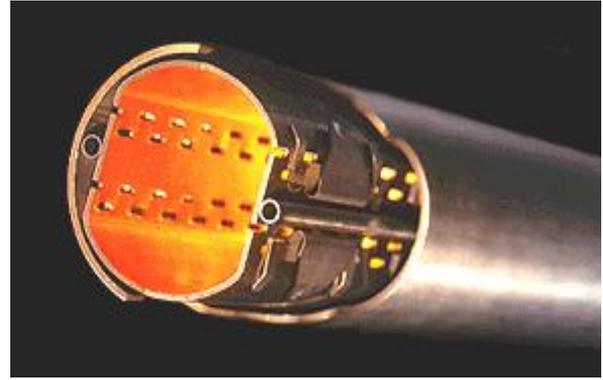


Abbildung 24: Der große Speicherring¹¹ und Querschnitt durch ein Vakuumrohr¹²

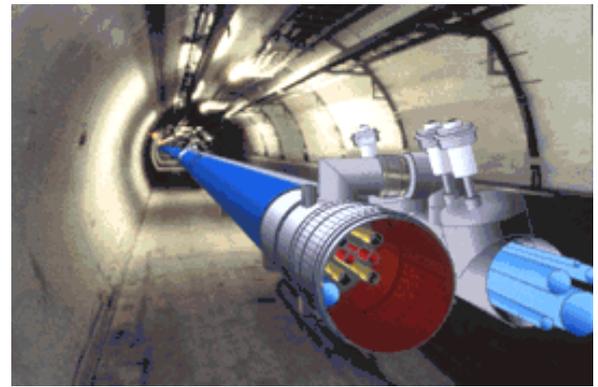


Abbildung 25: Das Centre Européenne pour la Recherche Nucléaire (CERN, CH) nahe Genf (graphisch überlagert)¹³ und ein Blick ins Innere des großen Tunnels (Large Hadron Collider = LHC)¹⁴

3.8 Das Prinzip der Phasenstabilität

Das Prinzip der in den vorherigen Kapitel beschriebenen Beschleuniger (Linearbeschleuniger, Zyklotron, Synchrozyklotron, Synchrotron) – man kann sie auch „Synchronbeschleuniger“ nennen – besteht im wiederholten Energiegewinn, d.h. eine relativ geringe Energie wird sehr oft an das Teilchenpaket übertragen. Die Beschleunigung wird dabei von einem elektrischen Feld erzeugt, welches an einer ganz bestimmten Stelle der Teilchenbahn lokalisiert ist (z. B. Spalt zwischen den „Dees“ im Synchrozyklotron, Hohlraumresonator im Synchrotron, ...). Dieses Feld wechselt periodisch. Die Maschinen sind so konstruiert, dass ein Teilchen, welches die richtigen Anfangsbedingungen erfüllt, und daher beim ersten Queren des Beschleunigungsspalt es den richtigen Energiebetrag gewinnt, bei jedem weiteren Queren eines Spalt es immer wieder ein Feld gleicher Richtung und gleichen Betrages vorfindet. Jedes Teilchen, welches diese Bedingung erfüllt, nennt man daher ein synchrones Teilchen oder ein Sollteilchen. Es wird im Laufe des Beschleunigungsprozesses durch phasenrichtige Beschleunigung bei jedem Spaltdurchgang auf die gewünschte Energie beschleunigt.

Die Synchronisation zwischen der Bewegung des Teilchens und dem beschleunigenden elektrischen Feld ist von wesentlicher Bedeutung bei der Konstruktion von Maschinen, in welchen die Teilchen den Beschleunigungsspalt viele Male queren müssen. Ist die Zahl der Durchquerungen wie beim Zyklotron klein, so wird der Synchronisation ein geringerer Stellenwert zugeordnet.

In der Praxis ist es jedoch so, dass nur eine geringe Zahl von Teilchen die exakten Bedingungen für die Sollbahn erfüllen. Da der Einschussprozess eine bestimmte, endliche Zeit dauert, und der Einschuss und die Beschleunigung statistischen Schwankungen unterliegen, passieren die meisten Teilchen die jeweiligen Felder mit im Vergleich zum Sollteilchen unterschiedlichen Phasenlagen.

Für das praktische Funktionieren der Beschleuniger ist es wesentlich, dass nicht nur die mit dem beschleunigenden elektrischen Feld genau synchronen Teilchen, sondern auch jene mit leicht differierenden Phasen im Mittel über eine große Zahl von Beschleunigungsdurchgängen die gleiche Energie erhalten und die gleiche Energie am Ende des Beschleunigungsvorganges aufweisen. Dies impliziert nicht, dass die Energie, die bei einem Teilchendurchgang durch den Beschleunigungsspalt gewonnen wird, der vom Sollteilchen gewonnenen Energie ungefähr gleich ist. Wir werden später zeigen, dass der Energiezuwachs in den Beschleunigungsstrecken des Sollteilchens - im Vergleich zum Energiegewinn eines benachbarten Teilchens - sehr verschieden sein kann. Für einzelne Teilchen kann der Energiegewinn auch negativ werden. In Summe muss allerdings sichergestellt sein, dass die Durchgänge, in denen die Teilchen mehr Energie gewinnen als das Sollteilchen, von jenen Durchgängen kompensiert werden, in denen der Energiegewinn geringer ausfällt, sodass jedes Teilchen im Mittel die gleiche Energie erhält, also die gleiche Beschleunigung erfährt, wie das Sollteilchen.

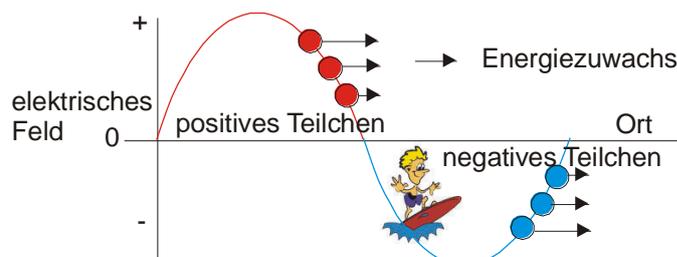


Abbildung 26: Ähnlich wie ein Surfer auf einer Wasserwelle reitet, "reiten" geladene Teilchen auf elektromagnetischen Wellen.¹⁵

Die praktische Konstruktion der beschriebenen Beschleuniger wurde erst durch die theoretische Entdeckung des Prinzips der „Phasenstabilität“ von V.I. Veksler (1944/45) und unabhängig davon 1945 von E.M. McMillan ermöglicht. Unter der Voraussetzung, dass bestimmte einfach zu bestimmende Bedingungen erfüllt sind, und die Phase des Teilchendurchganges durch den Beschleunigungsspalt von der Phase des Sollteilchens verschieden ist, wird bei normaler Phasenstabilität die Phase bei weiteren Durchgängen geändert; und zwar so, dass sie gegen jene des

Sollteilchens tendiert. Unter der Wirkung dieser „Rückstellkraft“ wird die Phase eines typischen Teilchens um das Sollteilchen oszillieren, und die von beiden Teilchen gewonnene Energie wird im Mittel gleich sein.

Das Konzept der „Phase“ eines Teilchens (relativ zum Durchgang durch den Beschleunigungsspalt) ist intuitiv einfach zu verstehen.

Um das Phänomen näher zu betrachten, wollen wir zunächst einen Spezialfall diskutieren und die Bewegung eines vom Sollteilchen abweichenden Teilchens im Linearbeschleuniger mit zylindrischen Elektroden bestimmen. Für den LINAC definieren wir die Phase relativ zum Durchgang durch einen bestimmten Spalt durch die Formel:

$$\varphi = \omega_e t - n\pi \quad \text{Gleichung 3-18}$$

wobei n die Anzahl der vom Teilchen bereits passierten Spalten repräsentiert. Weiters soll der Nullpunkt der Zeit so gewählt werden, dass für den ersten Spalt ($n=0$) $0 \leq \varphi \leq \pi$ gilt. Zunächst sind wir nur an den φ -Werten während des Querens des beschleunigenden Feldes interessiert. Für die Zeit t , während welcher das Teilchen die Äquipotential-Röhre passiert, hat die Gleichung keine physikalische Bedeutung.

Abbildung 27 zeigt den Verlauf des beschleunigenden Feldes im ersten Spalt als Funktion von $\omega_e t$. Sie zeigt aber auch das beschleunigende Feld für alle Spalten mit ungerader Ordnungszahl, während das Feld für Spalten mit gerader Zahl umgekehrt gepolt ist, wie die strichpunktierte Linie erkennen lässt. Wir wollen die Phase des Sollteilchens φ_s nennen, das ist jene Phase, bei welcher das Teilchen bei allen Durchgängen die gleiche Beschleunigung erfährt. E_s beschreibt den korrespondierenden Wert des elektrischen Feldes. Die Synchron- oder Sollphase ist per Definition für alle Durchgänge gleich. Für alle anderen Teilchen, welche der Sollphase "vor-" oder "nach- laufen" wird die Phase kleiner oder größer als die synchrone Phase sein und sich von Durchgang zu Durchgang ändern. Der Unterschied der Phasen bewirkt eine Differenz in der beim Spaltdurchgang gewonnenen Energie, was wiederum eine unterschiedliche Dauer des Durchgangs und damit einen Wechsel in der Phase bewirkt.

Wir wollen nun qualitativ untersuchen, welche Bedingungen erfüllt sein müssen, damit die auftretenden Phasendifferenzen in ihrer Größe beschränkt und im Mittel Null sind. Diese Bedingung wollen wir „**stabile Phase**“ nennen.

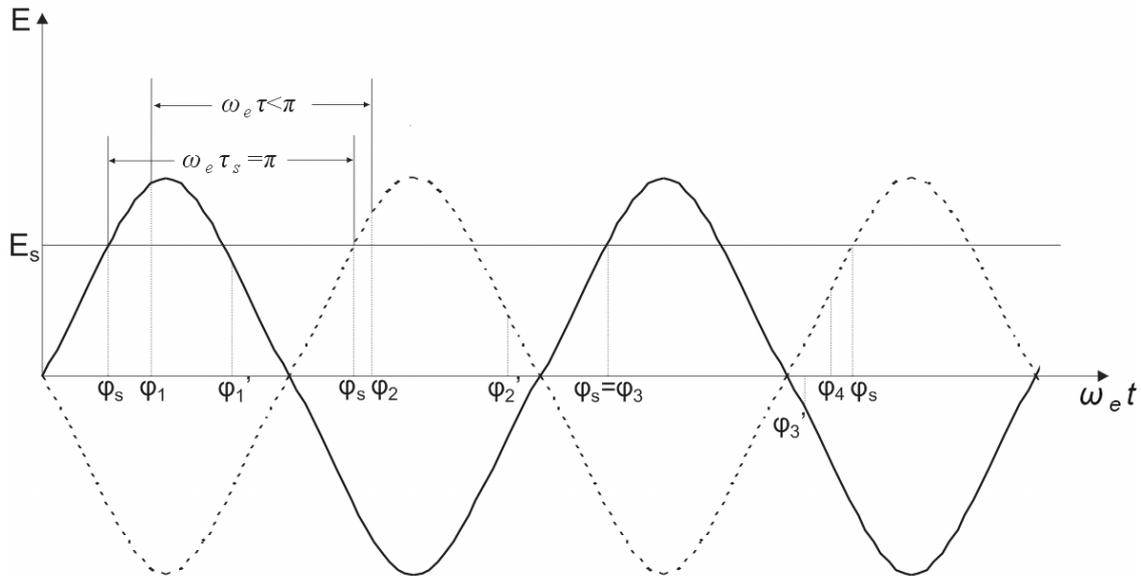


Abbildung 27: Zeitliches Verhalten des elektrischen Feldes der geraden (ausgezogen) und ungeraden (punktiert) Spalten eines typischen Teilchens im LINAC. Nach

$$\varphi = \omega_e t - n\pi$$

Gleichung 3-18

kann die stabile Phase entlang der $\omega_e t$ -Achse beginnend bei Null gemessen werden. Es zeigt sich ein sinusförmiger Zusammenhang.⁵

Wir nehmen an, dass $0 < \varphi_s < \frac{\pi}{2}$ gilt, sodass das Sollteilchen mit dem elektrischen Feld in seiner Anstiegsphase in Wechselwirkung tritt. Was passiert nun mit dem Teilchen, welches beim ersten Durchgang hinter dem Sollteilchen liegt und dabei eine Phase von $\varphi_1 > \varphi_s$ aufweist?

Wir nehmen an, es existiere ein elektrisches Feld, welches größer als E_s ist und daher stärker beschleunigt wird als das Sollteilchen. Zum Passieren einer Beschleunigungsstrecke wird das Teilchen daher eine Zeitspanne benötigen, die kürzer als jene des Sollteilchens ist. Im darauf folgenden Spalt zeichnet sich das Teilchen durch eine Phase φ_2 aus, welche näher zu φ_s liegt. Die Werte $\omega_e \tau_s = \pi$ und $\omega_e \tau < \pi$ sind in Abbildung 27 eingezeichnet. τ und τ_s sind die Transitzeiten für den Durchgang durch die zweite Röhre. Die Änderung der Phase wird solange andauern, bis die Verzögerung zwischen dem betrachteten Teilchen und dem Sollteilchen verschwunden ist.

Nehmen wir an, dass die Phasenverzögerung zwischen dem betrachteten Teilchen und dem Sollteilchen beim Durchgang durch den 3. Spalt verschwindend ist, dann gewinnt unser betrachtetes Teilchen in diesem Zeitpunkt gleichzeitig die gleiche Energie wie das Sollteilchen ($\varphi_3 = \varphi_s$). Allerdings ist die Energie am Beginn der Beschleunigung dafür verantwortlich, dass das Teilchen noch immer eine größere Energie hat und daher den nächsten Spalt früher als das Sollteilchen (Phase φ_4) quert.

Dieser Vorsprung wird bei der folgenden Querung kleiner, da das Teilchen weniger Energie als das Sollteilchen gewinnt. Nach einigen Transits wird das betrachtete Teilchen daher wieder in Phase mit dem Sollteilchen sein. Die Phase eines typischen Teilchens oszilliert dabei um die Phase des Sollteilchens. Die Teilchen werden daher auf ihrer Bahn um das Sollteilchen komprimiert. Dieses Phänomen tritt aber nur dann auf, wenn die Phase des Sollteilchens kleiner als $\frac{\pi}{2}$ ist, d.h. wenn das Sollteilchen in jener Viertelperiode eingeschossen wird, in der die Spannung positiv beschleunigend wirkt und ansteigend ist. Jene Teilchen, welche noch weiter hinter dem Sollkreis zurückbleiben wie jenes mit der Phase φ_1 beim ersten Durchgang, vergrößern ihre Verzögerung unbegrenzt (Phasen $\varphi_2, \varphi_3, \dots$ bei den aufeinander folgenden Durchgängen) und gewinnen daher im Mittel keine Energie. Es kann auch gezeigt werden, dass verwendbare Phasen (welche um die Sollphase oszillieren können) zwischen einem Minimalwert φ_{\min} und einem Maximalwert $\varphi_{\max} = \pi - \varphi_s$ liegen. φ_{\min} und φ_{\max} sind im Allgemeinen nicht symmetrisch zu φ_s .

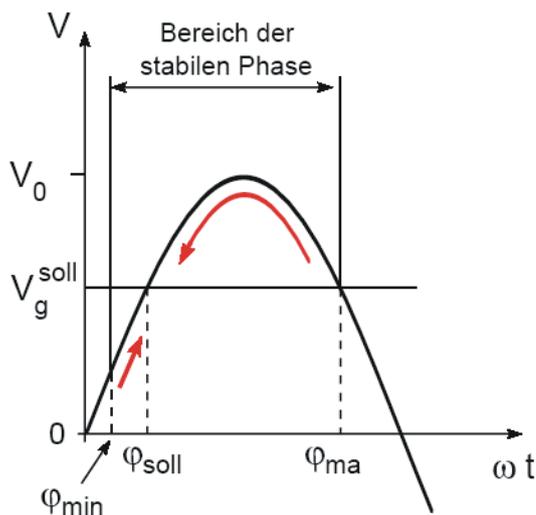


Abbildung 28: zeitliches Verhalten des elektrischen Feldes eines Beschleunigers; Reichweite der stabilen Phase für eine lineare Beschleunigung¹⁶

Falls φ_s genügend klein ist, kann der Minimalwert auch negativ sein, d.h. dass während einer Phasenschwingung das Teilchen bei manchen Durchgängen ein verzögertes elektrisches Feld erlebt. Dieser Effekt wird aber kompensiert durch die im Bereich $\varphi > \varphi_s$ gesammelte größere Energie während der Oszillation.

Falls die Phase eines Teilchens nicht innerhalb dieses Bereiches während der Phasenoszillation liegt, fällt es in eine instabile Zone und geht dabei verloren. Der Wert E_s darf dem Maximalwert des Feldes nicht zu nahe liegen, da anderenfalls der nutzbare stabile Phasenbereich zu klein wird. Er ist null für

den Grenzfall $\varphi_s = \frac{\pi}{2}$. Auf der anderen Seite darf E_s nicht zu klein sein, damit die Teilchen eine genügend große Energie besitzen. Meistens wählt man $E_s = \frac{1}{2} E_{\max}$, sodass $\varphi_s \approx 30^\circ$.

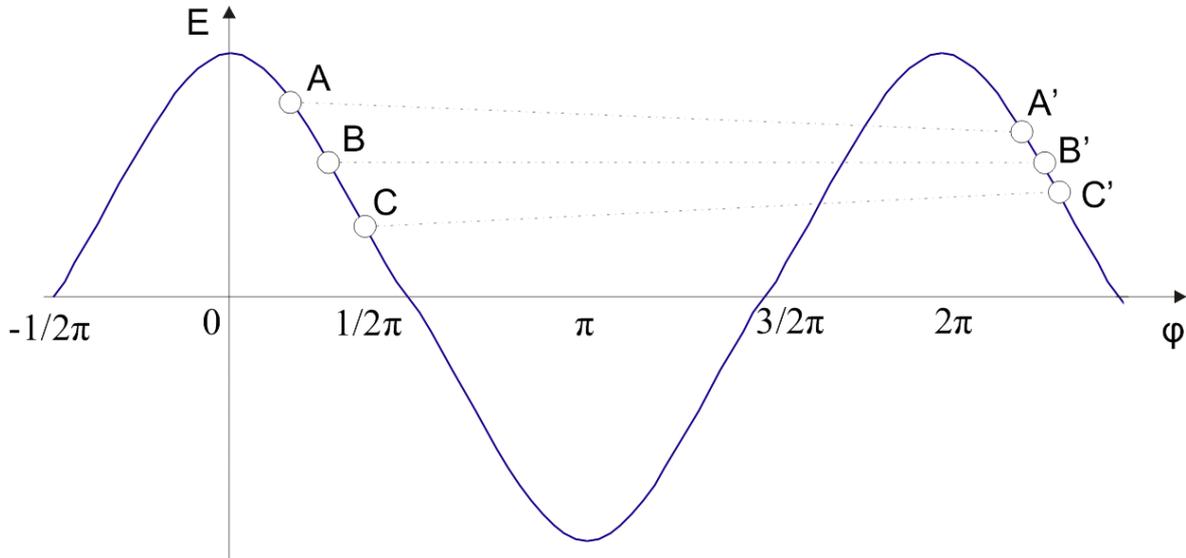


Abbildung 29: Bündelung der Elektronen durch die HF-Welle. Elektrische Feldstärke als Funktion des Phasenwinkels φ .

3.9 Allgemeine Diskussion des Prinzips der Phasenstabilität

Im vorangegangenen Abschnitt führt die Tatsache, dass eine Verzögerung eine verkürzte Durchgangszeit zwischen zwei aufeinander folgenden Durchgängen bedingt, zur Wahl eines stabilen Bereiches für $0 < \varphi_s < \frac{\pi}{2}$. Nicht in allen synchronen Beschleunigern ist eine höhere Teilchenenergie unmittelbar mit einer kürzeren Transferzeit innerhalb der Beschleunigungsstrecke verbunden. So führt z. B. im Synchrotron eine Zunahme der vom Teilchen gewonnenen Energie zu einer Zunahme der Transitzeit zwischen den Beschleunigungen. In diesem Fall findet man mit Hilfe der gleichen Argumente wie im vorhergehenden Kapitel, dass die Phasenstabilität für $\frac{\pi}{2} < \varphi_s < \pi$ (Phase in der das beschleunigende Feld mit der Zeit abnimmt) gewährleistet ist. Diese Situation ist für ein Synchrotron mit nur einer Kavität in der folgenden Abbildung (Abbildung 30) beschrieben, welche der Abbildung 27, abgesehen von der Duplizierung der Kurven, ähnlich ist. Das elektrische Feld wird dabei als periodisch veränderlich angenommen, was gleichzeitig auch bedeutet, dass wir eine Frequenzmodulation während eines Umlaufs vernachlässigen.

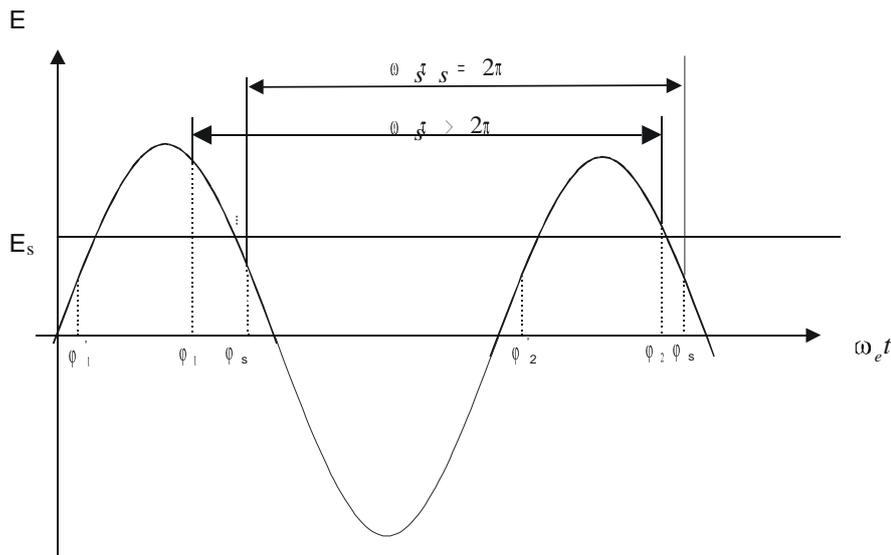


Abbildung 30: zeitliches Verhalten des elektrischen Feldes in der HF-Kavität eines Synchrotrons; Phase eines typischen Teilchens im Vergleich zu der des Sollteilchens.

Für die allgemeine Beschreibung des Mechanismus der Phasenstabilität für verschiedene Synchron-Maschinen ist es nützlich, einen charakteristischen „Impuls-Kompression-Faktor α “ einzuführen. Falls S die von einem Teilchen zwischen zwei aufeinander folgenden Durchgängen durch das beschleunigende Feld zurückgelegte Wegstrecke und P der Impuls des Teilchens auf dieser Wegstrecke ist, so beträgt die Impuls-Kompression α

$$\alpha = \frac{dP/P}{dS/S} \tag{Gleichung 3-19}$$

Falls α groß ist, bedeutet dies, dass nahe beieinander liegende Bahnen zu stark verschiedenen Impulsen gehören können, sodass in einem engen Bündel von Bahnen viele Impulse „komprimiert“ sind. Falls α klein ist, bedingt eine kleine Änderung des Impulses eine große Änderung der Bahnen. Im letzteren Fall können sich die schnellen Teilchen gegenüber den langsameren Teilchen verzögern, da sie eine längere Bahn zu durchlaufen haben. Der Fall des Linearbeschleunigers, wie er im vorangehenden Unterkapitel beschrieben wurde, impliziert $\alpha = \infty$, da alle Teilchen der selben Bahn folgen, unabhängig von der Größe des Impulses. Daher ist $dS = 0$.

$$\alpha = \frac{dP/P}{dS/S} \tag{Gleichung 3-19}$$

kann auch in der Form:

$$\alpha = \frac{dP/P}{dR/R} \tag{Gleichung 3-20}$$

geschrieben werden, indem man einen „bahnregulierenden Radius“ $R = S/2\pi$ einführt.

Bei Kreisbeschleunigern ist R natürlich ident mit dem Radius der Bahn. Der Wert für α hängt von charakteristischen Daten der Maschine ab, und kann berechnet werden. Er kann auch dazu verwendet werden, um das Verhältnis zwischen der Änderung des Impulses und der Änderung der Transitzeit τ zwischen zwei aufeinander folgenden Beschleunigungen zu bestimmen.

Mit $\tau = \frac{S}{v}$ und $v = c\beta$ erhält man aus

$$d\tau = \frac{\partial\tau}{\partial S} dS + \frac{\partial\tau}{\partial v} dv, \text{ dass}$$

$$\frac{d\tau}{\tau} = \frac{dS}{S} - \frac{dv}{v} = \frac{dS}{S} - \frac{d\beta}{\beta}. \quad \text{Gleichung 3-21}$$

Unter Verwendung von β und P aus

$$cP = \beta E \quad \text{Gleichung 2-11}$$

erhalten wir:

$$\frac{d\beta}{\beta} = (1 - \beta^2) \frac{dP}{P} = \frac{1}{\gamma^2} \frac{dP}{P} \quad \text{Gleichung 3-22}$$

In Verbindung mit

$$\alpha = \frac{dP/P}{dR/R} \quad \text{Gleichung 3-20}$$

$$\frac{d\tau}{\tau} = \frac{dS}{S} - \frac{dv}{v} = \frac{dS}{S} - \frac{d\beta}{\beta} \quad \text{Gleichung 3-21}$$

und

$$\frac{d\beta}{\beta} = (1 - \beta^2) \frac{dP}{P} = \frac{1}{\gamma^2} \frac{dP}{P} \quad \text{Gleichung 3-22}$$

ergibt sich:

$$\frac{d\tau}{\tau} = \left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\gamma^2} \right) \frac{dP}{P} \quad \text{Gleichung 3-23}$$

Diese Gleichungen beschreiben den Einfluss einer Impulsänderung auf die Transitzeit, wenn man mit P und τ den Impuls und die Transitzeit des Sollteilchens und mit dP und $d\tau$ die zugehörigen Differenzen des benachbarten Teilchens zum Sollteilchen bezeichnet. Im Linearbeschleuniger ist

$\alpha = \infty$; daher hat $\frac{d\tau}{\tau}$ im Unterschied zu $\frac{dP}{P}$ immer das umgekehrte Vorzeichen. In einem

Beschleuniger, in dem α klein ist (in Synchrotrons ist $\alpha < 1$, für ultrarelativistische Teilchen geht $\alpha \rightarrow 0$), hat $\frac{d\tau}{\tau}$ immer das gleiche Vorzeichen wie $\frac{dP}{P}$.

Zuletzt soll noch darauf verwiesen werden, dass in einigen Beschleunigern ein bestimmter Energiewert („Übergangsenergie“) besteht, für welchen $\alpha = \gamma^2$ wird. Bei diesem Wert wechselt $\frac{dP}{d\tau}$ das Vorzeichen, die Phasenstabilität ist nicht mehr gewährleistet und es bedarf großer Mühe, einen Teilchenverlust zu verhindern.

Aus der vorangehenden Diskussion sieht man, dass Phasenstabilität in den folgenden Fällen existiert:

$$0 < \varphi_s < \frac{\pi}{2}, \text{ wenn } \alpha > \gamma^2$$

$$\frac{\pi}{2} < \varphi_s < \pi, \text{ wenn } \alpha < \gamma^2.$$

3.10 Die Parameter einiger typischer Beschleuniger

| Beschleuniger | Teilchen | Beam Energie (in GeV) | Energie im Kollisionspunkt (in GeV) | Luminosität (cm ⁻² s ⁻¹) | Anmerkungen |
|------------------|-------------------------------------------------------------|--------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------------------|--------------------------------------|
| KEK Japan | p | 12 | 5 | - | Fixed target |
| AGS Brookhaven | p | 33 | 8 | - | Fixed target, polarisierte p |
| PS Cern | p, e ⁺ , e ⁻ , p ⁻ , Ionen | 28 (p) 3,5(e) | 7 - | - - | Fixed target Injektor |
| CESR Cornell | e ⁺ , e ⁻ | 9 | 18 | 10 ³² | Collider |
| TEVATRON II FNAL | p, p ⁻ | 800 (p) | 40 - | - - | Fixed target, Injektor |
| SPS CERN | p, e p, p ⁻ | 450 (p), 20(e) 2x315 | 30 (p), - 630 | - 3 x 10 ³⁰ | Fixed target, Injektor, Collider |
| SLC SLAC | e ⁺ , e ⁻ | | 100 | (6 x 10 ³⁰) | Linear Collider |
| TEVATRON I FNAL | p, p ⁻ | 900 | 1800 | 10 ³¹ | Synchrotron collider |
| TRISTAN Japan | e ⁺ , e ⁻ | 32 | 64 | 8 x 10 ³¹ | Collider, Synchrotron Kapazitäten |
| LEP I CERN | e ⁺ , e ⁻ | 55 | 110 | 1,6 x 10 ³¹ | Collider |
| HERA DESY | e, p | 30(e ⁻) 820 (p) | 310 | 3 x 10 ³¹ | Collider Synchrotron p-Ring |

Tabelle 3: Die wichtigsten Großbeschleuniger

3.11 Meilensteine in der Beschleunigerphysik¹⁷

| Jahr | Persönlichkeit | Ereignis |
|------|--------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1921 | Greinacher, H | Entwicklung des Kaskadengenerators zur Erzeugung hoher Gleichspannungen |
| 1924 | Ising, G | Vorschlag eines Linearbeschleunigers mit Driftröhre, bei dem die Teilchen durch eine hochfrequente Wechselspannung beschleunigt werden |
| 1928 | Wideröe, R | Bau des ersten Linearbeschleunigers und Beschleunigung von Na ⁺ - und K ⁺ - Ionen mit einer Hochfrequenzspannung von 25 kV auf eine Energie von 50 keV. Versuche zur Entwicklung eines Betatrons scheiterten wegen der fehlenden transversalen Fokussierung |
| 1930 | Van de Graaff, RJ | Bau des ersten MV-Hochspannungsgenerators mit einer Spannung von bis zu 1,5 MV |
| 1930 | Lawrence, EO (Nobelpreis Physik 39) | Idee des Zyklotrons |
| 1932 | Cockcroft, JD Walton, ETS (Nobelpreis Physik 51) | Bau des ersten elektrostatischen Beschleunigers unter Verwendung eines 800 kV Kaskadengenerators; Spannungsfestigkeit der Anlage: 700 kV, erste Kernreaktionen mit 400 keV Protonen: ${}^7\text{Li} + \text{p} \rightarrow {}^4\text{He} + {}^4\text{He}$ und ${}^7\text{Li} + \text{p} \rightarrow {}^7\text{Be} + \text{n}$ |
| 1932 | Lawrence, EO Livingston, MS | Beschleunigung von Protonen in einem Zyklotron auf eine Endenergie von 1,25 MeV |
| 1938 | Thomas, G | Vorschlag des Prinzips der starken Fokussierung für das Zyklotron (Magnetische Sektorfelder) |
| 1939 | Lawrence, EO (Nobelpreis Physik 39) | Inbetriebnahme des ersten größeren Zyklotrons in Berkeley: mit dem Polschuhdurchmesser von 60 inch werden Protonen auf 9 MeV, Deuteronen auf 19 MeV und α -Teilchen auf 35 MeV beschleunigt - erste Versuche zur Tumortherapie mit Neutronen aus der Spaltung der Deuteronen |
| 1941 | Kerst, DW Serber, R | Erste erfolgreiche Beschleunigung von Elektronen in einem Betatron mit einer Endenergie von 2,5 MeV. Untersuchung der sog. Betatronschwingungen und der Bahnstabilität bei konstantem Gradienten |
| 1945 | Veksler, VI McMillan, EM | Getrennte Entdeckung des Prinzips des Synchrotrons und der Phasenfokussierung |
| 1946 | Godward, FK Barnes, DE | Bau des ersten Elektronensynchrotrons unter Verwendung eines Betatronmagneten |

| | | |
|------|------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1946 | Alvarez, LW | Entwurf des ersten 200 MHz Linearbeschleunigers für Protonen in Berkeley |
| 1947 | Ginzton, EL | In Stanford, gemeinsam mit KollegInnen, Beschleunigung von Elektronen mit dem ersten 2,855 GHz Linearbeschleuniger bis zu einer Energie von 4,5 MeV |
| 1947 | Oliphant, ML Gooden, ML Hyde, GS | Vorschlag eines Synchrotrons für 1 GeV Protonen: Inbetriebnahme 1953 |
| 1949 | McMillan, EM | Berkeley: gemeinsam mit MitarbeiterInnen, Inbetriebnahme eines Elektronensynchrotrons mit einer maximalen Energie von 320 MeV |
| 1952 | Brookhaven National Laboratory (USA) | Inbetriebnahme eines 3 GeV Protonensynchrotrons, („Comotron“); erstmalige Beschleunigung von Teilchen auf Energien, die sonst nur bei kosmischen Strahlen beobachtet werden |
| 1952 | Courant, E Livingston, MS Snyder, H | Veröffentlichung der für die weitere Beschleuniger-Entwicklung entscheidenden Untersuchung zur starken Fokussierung, d.h. zur Fokussierung mit "alternating gradient" |
| 1953 | Paul, W (Nobelpreis Physik 89) | Paulsches HF-Massenfilter |
| 1953 | Paul, W | An der Universität Bonn - zusammen mit MitarbeiterInnen - Baubeginn für das erste europäische Synchrotron mit starker Fokussierung (500 MeV Elektronensynchrotron), Inbetriebnahme 1958 |
| 1954 | Wilson, RR | An der Cornell Universität (USA): gemeinsam mit MitarbeiterInnen Inbetriebnahme des ersten Elektronensynchrotrons mit starker Fokussierung und einer Endenergie von 1,1 GeV |
| 1954 | Berkeley | Inbetriebnahme des sog. Bevatrons, eines 6,2 GeV Protonensynchrotrons |
| 1954 | CERN | Genf: Gründung des europäischen Kernforschungszentrums CERN (Conseil Européen de Recherche Nucléaire) |
| 1955 | Sergé, E Chamberlain, O (Nobelpreis Physik 59) | Berkeley: Erzeugung von Antiprotonen und Antineutronen mit Protonen aus dem Bevatron |

| | | |
|------|-------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1959 | DESY | Hamburg: Gründung des DESY (Deutsches Elektronen Synchrotron) |
| 1959 | CERN | Inbetriebnahme des CERN PS, des ersten großen Protonensynchrotrons mit "alternating gradient"; maximale Protonenenergie: 28 GeV; noch heute die erste Stufe für alle weiteren Hochenergiebeschleuniger am CERN; wird auch zur Beschleunigung von Antiprotonen, Elektronen, Positronen, Deuteronen und schweren Ionen benutzt |
| 1960 | Brookhaven National Laboratory (USA) | Ebenfalls Inbetriebnahme eines großen Protonensynchrotrons mit „alternating gradient“, des sog. AGS (Alternating Gradient Synchrotron); Maximalenergie 33 GeV |
| 1961 | Frascati (Italien) | Inbetriebnahme des ersten Speicherrings für Elektronen und Positronen AdA (Anello di Accumulatione); maximal erreichbare Energie: 250 MeV |
| 1962 | DESY | Hamburg; Inbetriebnahme des Deutschen Elektronen Synchrotrons DESY; Beschleunigung von Elektronen auf 6 GeV |
| 1966 | Linear Accelerator Center SLAC (USA) | Stanford: Inbetriebnahme des Two Mile Linear Accelerator zur Beschleunigung von Elektronen auf Endenergien von 20 -22 GeV; 1989 Umbau zu einem Elektron-Positron-Collider; Maximale erreichbare Energie: je 52 GeV |
| 1972 | SLAC (USA) | Inbetriebnahme des Positron-Elektron-Collider SPEAR mit einer maximalen Strahlenergie von 4 GeV |
| 1974 | Richter, B Ting, S (Nobelpreis Physik 76) | Mit dem Positron-Elektron-Collider SPEAR in Stanford und dem AGS-Protonenstrahl in Brookhaven gelang die Beobachtung einer unerwartet energiescharfen Resonanz bei einer Schwerpunktsenergie von 3097 MeV. Die sog. J^ψ – Resonanz spielt eine Schlüsselrolle bei der Entwicklung des Quarkmodells und der Quantenchromodynamik. |
| 1976 | CERN | Inbetriebnahme des sog. Superprotonensynchrotrons SPS; maximale Protonenenergie: 600 GeV |

| | | |
|------|--------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1981 | CERN, Rubbia, C Van der Meer, S (Nobelpreis Physik 84) | Einrichtung der SPS-Maschine als Protonen-Antiprotonen Collider: maximale Schwerpunktsenergie 630 GeV; Speicherung eines intensiven Antiprotonenstrahls mit Hilfe der von S. Van der Meer entwickelten stochastischen Kühlung; 1983 Erreichung des experimentellen Ziels: Nachweis der intermediären Vektorbosonen der schwachen Wechselwirkung W^+ , W^- und Z^0 |
| 1987 | Fermi National Accelerator Centre | Inbetriebnahme des Proton-Antiproton-Colliders TEVATRON; maximale Strahlenergie: 1 TeV, d.h.: erreichbare Energie im Schwerpunktsystem: 2 TeV |
| 1989 | CERN | Inbetriebnahme des Large-Elektron-Positron-Colliders LEP; erste Ausbaustufe (1989-1996): Beschleunigung der beiden entgegengesetzt umlaufenden Strahlen auf jeweils 55 GeV möglich; zweite Ausbaustufe (ab 1996): durch den Einbau zusätzlicher supraleitenden HF-Resonatoren erreichbare Energien von jeweils 86 GeV, d.h.: Gesamtenergie im Schwerpunktsystem: 172 GeV; Umfang der in einem unterirdischen Tunnel installierten Maschine: 27 km |
| 1990 | DESY | Inbetriebnahme des Elektron-Proton-Colliders HERA (Hadron-Elektron Ring Anlage); Energie der entgegengesetzt umlaufenden Elektronen- bzw. Protonenstrahlen: 30 GeV bzw. 920 GeV; mit HERA z. Zt. höchste erreichbare Auflösung bei der Untersuchung der Struktur des Nukleons |
| 1994 | CERN Council | Beschluss über den Bau des Large-Hadron-Colliders LHC im LEP-Tunnel; Bauziel: in einem Doppelring aus supraleitenden Magneten Beschleunigung zweier entgegengesetzt umlaufender Pb-Strahlen auf jeweils 574 TeV; erste Experimente ab ca. 2007 |

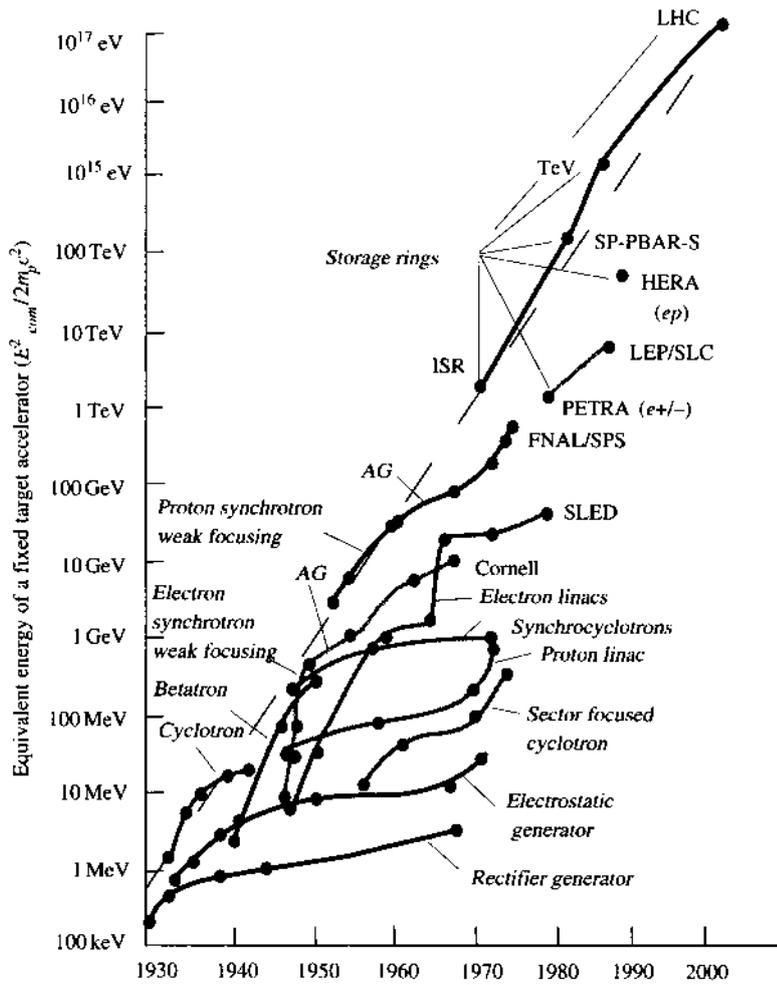


Abbildung 31: Evolution der Beschleunigerphysik ⁵

4 Elektronen- und Ionenquellen

Der Einsatzbereich von Ionenquellen ist weit verzweigt. Sie werden überall dort eingesetzt, wo ein Strom geladener Teilchen benötigt wird. In der Beschleunigerphysik dienen sie als Teilchenquelle für viele Arten von Beschleunigern. In der Medizin findet man Elektronenquellen z.B. in Röntgenapparaten, wo sie schnelle Elektronen erzeugen.

Als Anwendung in der Industrie sei das Härten von Oberflächen genannt. Dort wird eine Erwärmung der Oberfläche durch Beschuss mit schnellen Teilchen erreicht. Das in der Vakuumtechnik eingesetzte Massenspektrometer, besitzt eine Ionenquelle zur Ionisation der Restgasteilchen.

In der Beschleunigertechnik werden Elektronen und Ionen in Form möglichst kompakter freier Teilchenstrahlen benötigt, um sie mittels eines Injektors in den Beschleunigungszyklus einspeisen zu können. Die Quelle an sich hat meist die zusätzliche Funktion einer Vorbeschleunigung, wobei die Teilchen auf Energien von keV bis einige 10 keV beschleunigt werden.

Die Anforderungen, die man an eine Elektronen- oder Ionenquelle eines Teilchenbeschleunigers stellt, sind die folgenden:

- hohe Strahlintensität
- kleine Winkeldivergenz (d.h. geringe transversale Aufweitung = geringe Strahlemittanz)
- hohe Stabilität
- Betriebssicherheit
- hohe Stromstärke
- lange Lebensdauer
- Justierbarkeit von außen
- leichte Auswechselbarkeit

Wird ein gepulster Beschleuniger von einer Quelle gespeist, so ist eine hohe Teilchenzahl pro Puls notwendig. Wird die Quelle mit Gas betrieben, sollte so wenig Gas wie möglich in die Vakuumkammer des Beschleunigers eindringen.

Bei Ionen- und Elektronenquellen kann man die Bildung eines Strahls in einen Erzeugungs-, Beschleunigungs- und Fokussierungsprozess unterteilen. Die Hauptproblematik liegt allerdings in der Erzeugung.

4.1 Erzeugung freier Ionen und Elektronen

Feststoffionisation

Bei der Produktion von Metall- oder Halbleitern bedient man sich folgender Effekte:

- **Verdampfen:** Feststoff wird verdampft, anschließend wird das Gas ionisiert
- **Beschuss mit hochenergetischen Teilchen:** direkte Ionenfreisetzung aus kalten Metall- oder Halbleiteroberflächen, es kommt zur Ausbildung von positivem oder negativem zerstäubtem Material

- **Langmuir-Effekt:** Unter der Voraussetzung, dass die Ionisationsenergie W_i eines Atoms einer heißen Metalloberfläche, kleiner ist als die Elektronen-Austrittsarbeit W_A des Grundmetalls, kann ein positives Ion abdampfen. Der Strahlstrom ist definiert als das Verhältnis der Ionenzahl N_i zur Neutralteilchenzahl N_0 in der abdampfenden Substanz:

$$\frac{N_i}{N_0} = e^{-\frac{W_i - W_A}{kT}}$$

Es können nur Elemente mit genügend niedriger Ionisationsenergie ionisiert werden.

Gasionisation

Ionen aus Gasen können durch Einstrahlung von genügend kurzwelligem Licht, bei Stossprozessen oder thermisch erzeugt werden:

- **Photoionisation**

Sie tritt auf, wenn ein Atom oder ein Molekül von einem Lichtquant getroffen wird, dessen Energie $h\nu$ größer als die Ionisierungsarbeit W_i des bestrahlten Teilchens ist. Für die Photoionisation ergibt sich die Grenzwellenlänge aus:

$$h\nu = \frac{h \cdot c}{\lambda} \geq W_i$$

$$\lambda_{gr} = \frac{12640}{W_i \text{ [V]}} \text{ \AA}$$

Der Umkehrprozess, die radiative Rekombination, führt zu einer Verringerung der Ionenzahl.

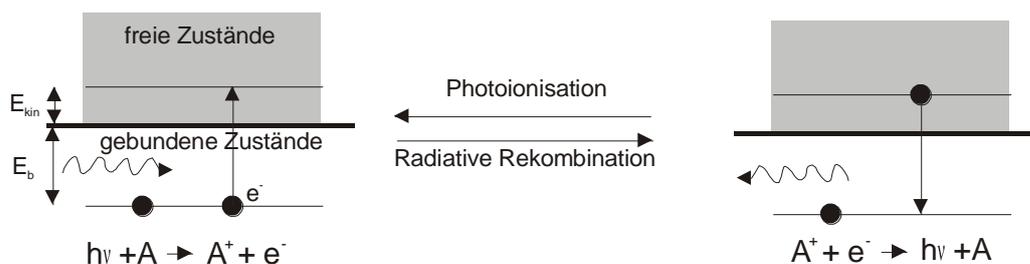


Abbildung 32: Photoionisation und radiative Rekombination

- **Stoßionisation**

Zahlreiche Stoßprozesse ereignen sich beim Beschuss mit energiereichen Teilchen und beim Stromdurchgang durch Gas oder Dampf. Physikalisch ist vor allem die Stoßionisation von Interesse. Zu beachten sind aber auch gleichzeitig stattfindende Dissoziationen, Umladungen, Anlagerungen, Rekombinationen, Anregungen und elastische Stöße.

Werden Elektronen auf die Elektronenhülle eines Atoms geschossen, so können Elektronen herausgeschlagen werden. Bei dieser **Elektronenstoßionisation** entstehen ein langsames Elektron und

ein positives Ion. Da die Energiebilanz erhalten bleiben muss, nimmt die Energie des getroffenen Atoms um die Ionisationsenergie W_i ab.

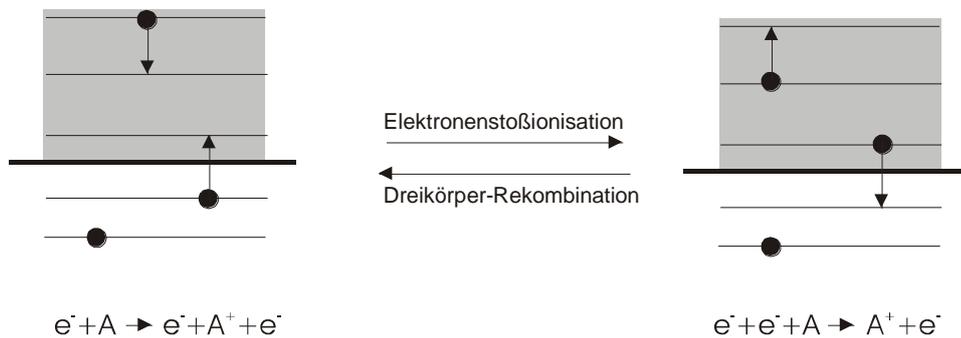


Abbildung 33: Elektronenstoßionisation - Dreikörper Rekombination

Da bei der **Dreikörper-Rekombination** gleichzeitig zwei freie Elektronen anwesend sein müssen, ist sie nur in dichten Plasmen von Bedeutung.

Wenn mehr als ein Elektron in einem Atom angeregt ist, kann es zur **Autoionisation** kommen, sofern die gesamte Anregungsenergie größer als die Ionisierungsarbeit ist.

Bei der **dielektrischen Rekombination** wird ein freies Elektron eingefangen und die überschüssige Energie wird zur Anregung eines weiteren Elektrons verwendet. Dieser Prozess verringert die Ionendichte.

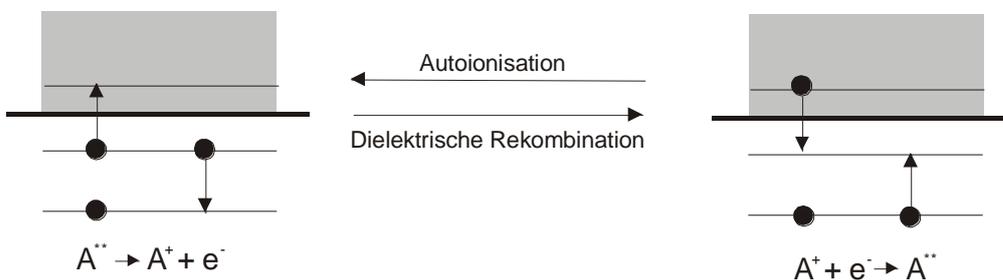


Abbildung 34: Autoionisation – dielektrische Rekombination

Es ist auch eine gleichzeitige Dissoziation und Ionisation möglich. Bei einer solchen dissoziativen Ionisation ist der aufzubringende Energiebetrag höher als bei einer Ionisation.

Die optimalen Stoßenergien liegen bei der Stoßionisation bei einigen keV.

Im Hinblick auf die Ladungsträgerbilanz spielen reine Dissoziationen, Anregungen oder elastische Stöße keine unmittelbare Rolle.

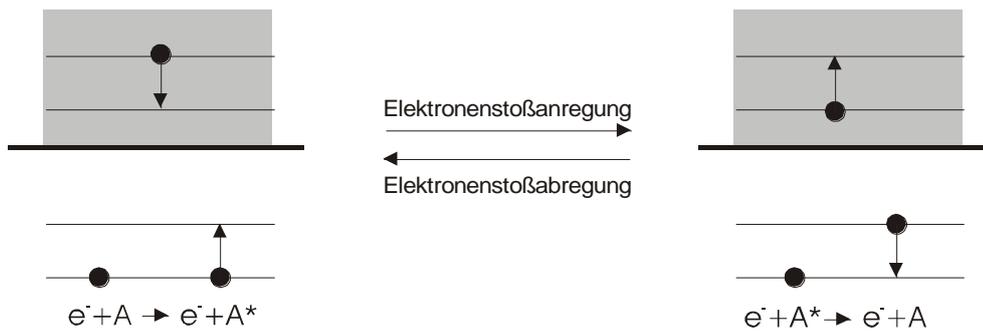


Abbildung 35: Elektronenstoßanregung – Elektronenstoßabregung

▪ Thermische Ionisation

Schnell bewegte neutrale Teilchen vermögen zu ionisieren. Diese Neutralgasteilchen treten in Umladungen und in hoch erhitzten Gasen oder Dämpfen auf. Folgende Bedingung muss für eine thermische Ionisation gelten (thermische Energie der Gasteilchen größer als ihre Ionisationsenergie):

$$\frac{3}{2}k.T \geq W_i$$

Folgende Gasentladungstypen werden nach verschiedenen Kriterien unterschieden:

- selbstständige und unselbstständige Entladungen
- Aufrechterhaltung der Gasentladung Fremdionisation (Einwirkungen von außen) oder keine Fremdionisation; bzw. Dunkel-, Townsend-, Korona-, Glimm-, Bogen-, Funken- und Hochfrequenzentladungen (feinere Unterteilung)
- Charakterisierung nach den Betriebsbedingungen (Gasdruck, Stromstärke,...)
- Vorgängen im Inneren der Entladung bzw. der Wandungen

Alle Arten von Gasentladungen können grundsätzlich als Ionenreservoir herangezogen werden.

4.2 Elektronenquellen

Freie Elektronen können aus Metallen, Elektronenhalbleitern und Gasentladungen gewonnen werden. Innerhalb eines Festkörpers sind Teile der Metall- und n-Halbleiterelektronen frei beweglich und können durch Zuführung der Austrittsarbeit W_A aus dem Festkörperverband austreten. Die Austrittsarbeit kann als thermische, kinetische, elektromagnetische oder elektrostatische Energie übertragen werden. Nach der Aufbringung der Austrittsarbeit unterscheidet man thermische, Sekundäremissions-, Photo- und Feldemissions-Kathoden.

Thermische Kathoden werden auch **Glühkathoden** genannt und bilden die Hauptgruppe der im Beschleunigerbau verwendeten Elektronenquellen. Diese werden im folgenden Abschnitt näher erläutert.

4.2.1 Glühkathoden

Die Erzeugung eines Strahls freier Elektronen unterscheidet sich nicht wesentlich von der Erzeugung eines Strahls in anderen elektronischen Geräten. Im Allgemeinen werden freie Elektronen auf der Basis einer Glühkathode erzeugt, welche meist aus einem Wolframdraht besteht. Wenn ein solcher Wolframdraht (Durchmesser ca. 1 mm) auf eine Temperatur von 2600 K erhitzt wird, wird ein Strom von etwa 0,8 A auf einer Fläche von ca. 1 cm² freigesetzt. Die durchschnittliche Lebenszeit der beschriebenen Quelle liegt bei etwa 4000 h. Wird die Kathodentemperatur auf 3000 K erhöht, so steigt auch der Kathodenstrom auf den etwa 20-fachen Wert, die mittlere Betriebsdauer eines solchen Drahtes sinkt aber drastisch auf etwa 20 h (siehe auch Beginn von Kapitel 4.3).

Das Verhältnis aus Emissionsstrom und Heizleistung nennt man **Elektronenausbeute**. Die Heizleistung spielt aber im Verhältnis zum gesamten Energieverbrauch der Beschleunigeranlage eine fast zu vernachlässigende Rolle.

Der von einer Glühkathode emittierte Ionenstrom J_e setzt sich nach der **Richardson-Gleichung** wie folgt zusammen:

$$J_e = AFT^2 e^{-\frac{W_A}{kT}}$$

mit:

| | |
|-------|----------------------|
| J_e | Teilchenstrom |
| A | Richardson Konstante |
| F | Kathodenoberfläche |
| T | Kathodentemperatur |
| W_A | Austrittsarbeit |
| k | Boltzmann Konstante |

Zur Vereinfachung gibt man das Verhältnis von Teilchenstrom J_e zur Kathodenoberfläche F an und bezeichnet dies als Emissionsstromdichte j_e .

Aus der Richardson-Gleichung ist ersichtlich, dass ein enger Zusammenhang zwischen Kathodentemperatur und Emissionsstrom bzw. -dichte besteht. In der nachfolgender Tabelle sind einige Kathodenparameter aufgelistet.

| Kathodentyp | Arbeits- temperatur | Austritts- arbeit | Richardson- Konstante | Emissions- strom- dichte | Lebensdauer |
|---------------------------------------|------------------------|----------------------|---------------------------------------|--------------------------------|-------------|
| | T | W_A | A | j_e | t |
| | [K] | [eV] | [A/cm ² grd ²] | [A/cm ²] | [h] |
| Wolfram, rein | 2600 | 4,53 | 60 | 0,84 | 10 000 |
| Tantal, rein | 2400 | 4,13 | 37 | 0,45 | 10 000 |
| Wolfram, thoriert | 2000 | 2,84 | 3 | 0,82 | 5 000 |
| L-Kathode (Wo-Ba) | 1200 | 2,13 | 100 | 0,16 | 1 000 |
| Sinterkathode (Wo- Bariumaluminat) | 1200 | 1,72 | 3 | 0,26 | 1 000 |
| Barium-Strontiumoxyd | 1100 | 1,00 | 0,01 | 0,32 | 5 000 |
| Lanthanborid | 1700 | 2,66 | 25 | 0,95 | 500 |

Tabelle 4: Emissionsdaten von Glühkathoden

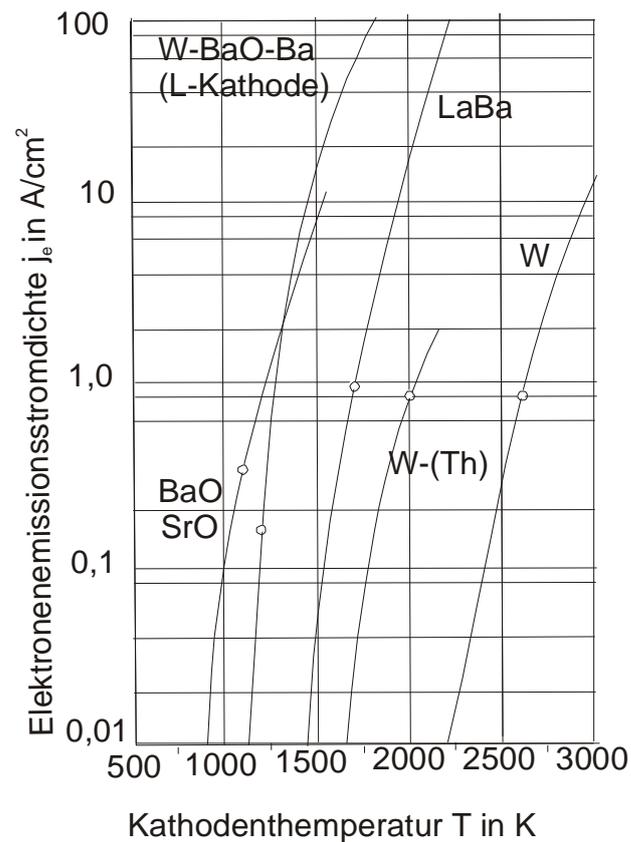


Abbildung 36: Elektronen-Emissionsstromdichte als Funktion unterschiedlicher Kathodentemperaturen für reines Wolfram, thoriertes Wolfram, eine Wolfram-Bariumkathode, eine Barium-Strontium- und eine Lanthanboridkathode

Neben Wolframkathoden werden auch indirekt geheizte (oder „oxide“) Kathoden eingesetzt (z. B. : Elektronen-Röhren). Der Heizdraht ist umgeben von einem mit Metalloxiden (Barium, Strontium) umgebenen Rohr. Ein Vorteil der Oxidkathoden liegt in der niedrigen Elektronenemissionstemperatur (ca. 1000 K niedriger als bei konventionellen Wo- Kathoden), was gleichzeitig eine längere Lebensdauer mit sich bringt.

Nach den **Kathodenmaterialien** unterscheidet man:

- **Reinmetallkathoden:** hohe Arbeitstemperaturen, niedrige Energieausbeute, z. B.: Wolfram, Tantal
- **Metalle mit adsorbierter Fremdschicht:** Trägermaterial meist Wolfram, Bildung einer Dipolschicht zwischen adsorbierten positiven Fremdstoffionen und influenzierten negativen Ladungen im Grundmetall, Beispiele für Schichtmetalle: Barium, Thorium, Cäsium; Mehrschichtkathodenträgermaterial: Sauerstoff-Alkali- oder Erdalkalimetalle
- **chemische Verbindungen (Halbleiter):** wichtigster Vertreter der Gruppe der Glühkathoden, z. B.: reine Oxide, meist allerdings Oxidgemische: BaO-SrO, LaB₆, aber auch Nitrid-, Sulfid- Karbid- und Halogenid-Kathoden; niedrige Austrittsarbeit, extrem kleine Richardson-Konstante)

Beispiel: Pierce-Elektronenquelle

Pierce-Systeme werden zur Erzeugung besonders hoher Stromdichten verwendet. Durch spezielle Baumform der Anode A und der Steuerungselektrode C wird bei diesen Elektronenquellen die Raumladungsverzerrung der Äquipotentialflächen kompensiert (siehe Abbildung 37). Aus Gründen der Betriebsdauer und der Intensität wird üblicherweise die Vorratskathode K mit einer hohlspiegelartig gekrümmten Emissionsfläche W technisch realisiert.

Die Abbildung 37 zeigt eine für einen Linearbeschleuniger typische Elektronenquelle (Pierce gun, nach ihrem Erfinder). Der Strahlstrom kann einige Ampere erreichen. In Abhängigkeit von der Konstruktion der Quelle und den Öffnungsgeometrie wird eine Winkeldivergenz von 5 - 10° erreicht.

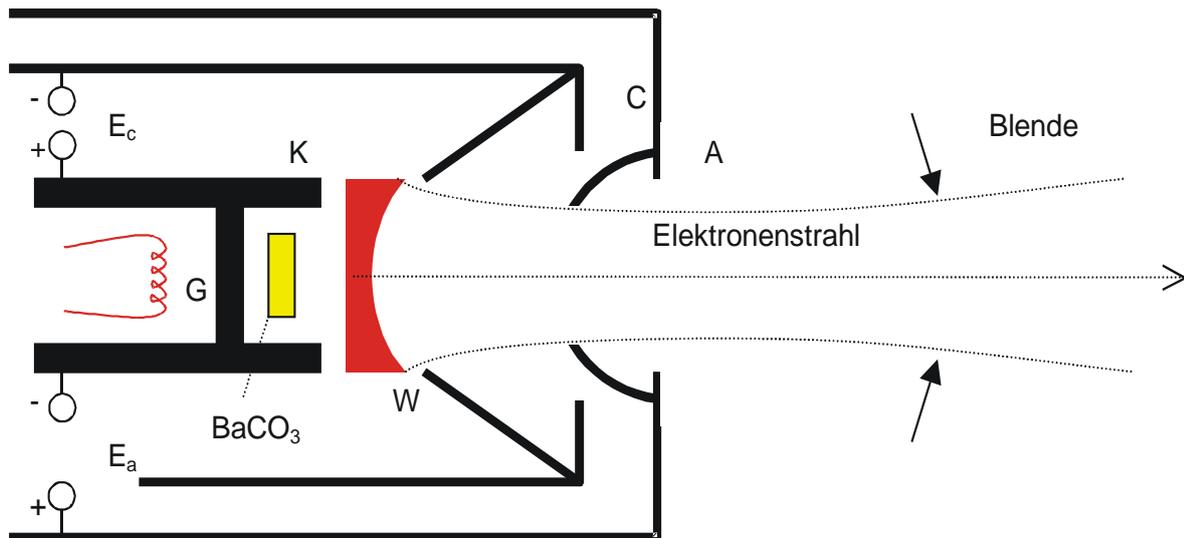


Abbildung 37: Pierce Elektronenquelle in einem Linearbeschleuniger, G – Kathodenheizer, K – Kathode, A – Anode, C – Kontrollelektrode, E_a – Anodenstrom, E_c – Kontrollspannung, W – Wehneltzylinder

Der **Wehneltzylinder** dient der Fokussierung und Intensitätseinstellung des Strahls. Er umgibt die Kathode und hat ein einstellbares negatives Potential. Seine Aufgabe ist es, zusammen mit der Anode die von der Kathode emittierten Elektronen (die noch langsam sind) in einem Punkt A zu konzentrieren, der zwischen der Anode und dem Wehneltzylinder liegt. Die Anode, die ein positives Potential hat, zieht zudem die Elektronen an. Die Elektronen werden von dem negativen, umhüllenden Wehneltzylinder abgestoßen und je nach dessen Potential mehr oder weniger am Punkt A gebündelt.

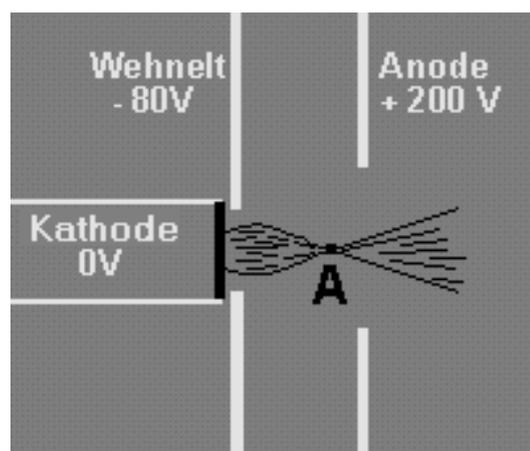


Abbildung 38: Schema eines Wehneltzylinders. Hohe negative Spannung am Wehnelt bewirkt kleinen Strahlstrom, aber gute Fokussierung; Kleine Vorspannungen bewirken einen hohen Strahlstrom, aber schlechtere Fokussierung¹⁸

4.2.2 Erzeugung polarisierter Elektronen

Polarisierte Elektronenstrahlen werden bei manchen kernphysikalischen Versuchen verwendet. Die räumliche Orientierung der Drehimpuls- (Spin-) Vektoren ist nach der Quantenmechanik im Elektronenstrahl statistisch verteilt. Das magnetische Moment eines Elektrons hat die gleiche Richtung wie dessen Spin und besitzt nahezu den gleichen Zahlenwert wie das Bohrsche Magneton μ_B :

Wobei $\mu_B = \frac{\mu_0 e_0}{4\pi m_e} h$ mit $\mu_0 = 1,256 \cdot 10^{-9} \text{ Vs/Am}$ und $\mu_e = 1,00116 \mu_B$ gilt.

Das magnetische Moment der Elektronen kann sich in einem äußeren Magnetfeld nur in 2 Richtungen orientieren (parallel, antiparallel). Nach der klassischen Magnetostatik kommt es im inhomogenen Magnetfeld zu einer Aufspaltung in die polarisierten Komponenten des Teilchenstrahls (siehe auch Stern-Gerlach-Versuch). Allerdings ist aufgrund der geringen Masse der Elektronen die Aufenthaltsdauer im Stern-Gerlach-Magneten zu kurz. Um trotzdem eine Aufspaltung nach den Spins zu erhalten, behilft man sich mit sogenannten „Ballastmassen“ (d.h. mit im Vergleich viel schwereren ganzen Atomen) und bedient sich dann der Hüllenelektronen von Wasserstoff- bzw. Kaliumatomen. Dadurch erhält man die gequantelte Spineinstellung der 1s-Elektronen und somit die Strahlaufspaltung. Hinter dem Magneten werden die Wasserstoffkerne durch UV-Licht abgetrennt.

4.3 Ionenquellen

In Ionenbeschleunigern können verschiedene Elemente unterschiedlicher Ionisationsgrade zur Beschleunigung herangezogen werden. Zumeist sind das leichte, einatomige, einfach geladene, positive Ionen (H^+ , D^+ , T^+ , He^+ , ...), in seltenen Fällen schwerere, mehrfach geladene Ionen.

In diesem Kapitel wird auf die grundsätzlichen Ionenerzeugungsarten in Ionenquellen eingegangen.

Die Aufgabe der Ionenquellen ist das Erzeugen und Aufrechterhalten eines Plasmas. Wie schon erwähnt findet die eigentliche Ionisation und damit die Plasmaerzeugung der Teilchen durch Elektronenstoß, Anregung mittels Gammaquanten, elektro- magnetischen Wellen (Licht, Laser, UV-Licht etc.) oder durch Anregung mit Hochfrequenzfeldern statt.

Für die Elektronenstoßionisation wird in einigen Ionenquellen ein Glühdraht, auch Filament genannt, durch einen elektrischen Strom zum Glühen gebracht. Die Glühkathode besteht meistens aus Wolfram. Durch Erhöhen der Temperatur erreichen alle Elektronen zwar nicht die nötige Austrittsarbeit von Wolfram mit 4,54 eV, die mittlere thermische Energie der Elektronen ist nämlich bei Zimmertemperatur mit $3/2 kT = 6 \cdot 10^{-21} \text{ J} = 3,8 \cdot 10^{-2} \text{ eV}$ zur Ablösung eines Elektrons zu gering (das gilt auch bei Rotglut). Es gibt jedoch einige Teilchen mit der nötigen Austrittsenergie. Diese liegen im fernen „Schwanz“ der Maxwell-Verteilung und bilden eine „Dampfathmosphäre“ freier Elektronen um die Glühkathode. Mit steigender Temperatur wächst der Anteil austrittsfähiger Elektronen schnell an.

Diese freien Elektronen können durch ein elektrisches Feld beschleunigt werden und ihrerseits Teilchen ionisieren. Die dabei entstehenden Elektronen erhöhen die Elektronendichte. Durch Änderung der Elektronenenergie kann der Ladungszustand der Ionen geändert werden. Ohne Glühkathode können mit einer Hochspannung von einigen kV vorhandene Elektronen und Ionen im elektrischen Feld beschleunigt werden und führen ihrerseits Ionisationen aus. Beschleunigt, oder aus der Ionenquelle gezogen, werden die Teilchen durch Anlegen einer Beschleunigungsspannung, wobei die Höhe der Beschleunigungsspannung die Energie des Teilchenstrahls bestimmt. Zur Ionisation muss das zu ionisierende Medium in geeigneter Weise in die Ionenquelle gelangen. Bei gasförmigen Stoffen kann dies einfach durch eine Öffnung in der Ionenquelle erfolgen. Soll ein bei Zimmertemperatur fester Stoff ionisiert werden, kann dieser z.B. durch eine Heizung oder mit einem Laser verdampft werden. Durch Änderung des Gasdruckes in der Ionenquelle ändert man die mittlere freie Weglänge der Elektronen und der Ionen. Steigt die mittlere freie Weglänge über die Abmessung der Plasmakammer, sinkt die Stoßwahrscheinlichkeit zwischen Elektronen und Neutralteilchen. Durch Magnetfelder verlängert sich die Bahnlänge der Elektronen, worauf die Elektronendichte steigt. Als weiteren Grund hält das Magnetfeld das Plasma von den Gehäusewänden fern. Damit verliert das Plasma weniger Energie an die Umgebung.¹⁹

4.3.1 ECR-Ionenquelle

Die ECR-Ionenquelle („ECR“= Electron Cyclotron Resonance) eignet sich vor allem zur Produktion hochgeladener Schwerionen. Die Idee zu dieser Art von Ionenquelle und die ersten Prototypen stammen von R. Geller aus Grenoble.

In der ECR-Ionenquelle (Electron Cyclotron Resonance) wird die Ionisation durch Einstrahlung von Mikrowellen in eine Vakuumkammer erreicht. Ein Spulenpaar erzeugt ein magnetisches Spiegelfeld für den axialen Plasmaeinschluss. Dabei werden Elektronen von dem statischen Magnetfeld der Quelle auf Zyklotronbahnen gehalten. Ein weiteres Magnetfeld eines Multipolmagneten (meist Hexapol) schließt das Plasma radial ein. Die Wellenlänge ist im Vergleich zum Quellenraum sehr klein. Der Quellenraum wirkt als Resonator, in dem sich viele Schwingungen ausbilden („multimode cavity“).

$$f = \frac{e}{2\pi m} B$$

Dabei ist m die Ruhemasse der Elektronen. Für $f = 5$ GHz erhält man z.B. $B = 0,18$ T.

Die ECR-Quelle ermöglicht es, Plasmen mit einem sehr hohen Gütefaktor zu erzeugen. Bei Mikrowellenleistungen von 100 – 500 W erzielt man mit einer derartigen Anordnung folgende Werte: $^{16}\text{O}^{6+}$ - und $^{40}\text{Ar}^{10+}$ -Ionenströme von mehr als 2 μA . Mit speziellen ECR-Ionenquellen ist es sogar möglich bis zu 10 μA für $^{197}\text{Au}^{25+}$ -, $^{209}\text{Bi}^{25+}$ - und $^{238}\text{U}^{25+}$ -Ionen zu erreichen. Die ECR-Ionenquelle ist aber auch für die Produktion von Wasserstoffionen und anderen Leichtionen interessant, da sich die Ionenstrahlen durch eine besonders hohe Strahlqualität, d.h.: kleine Emittanz, hohe Brillianz (Kapitel 4.5) und vor allem hohe Strahlstromstabilität auszeichnen.

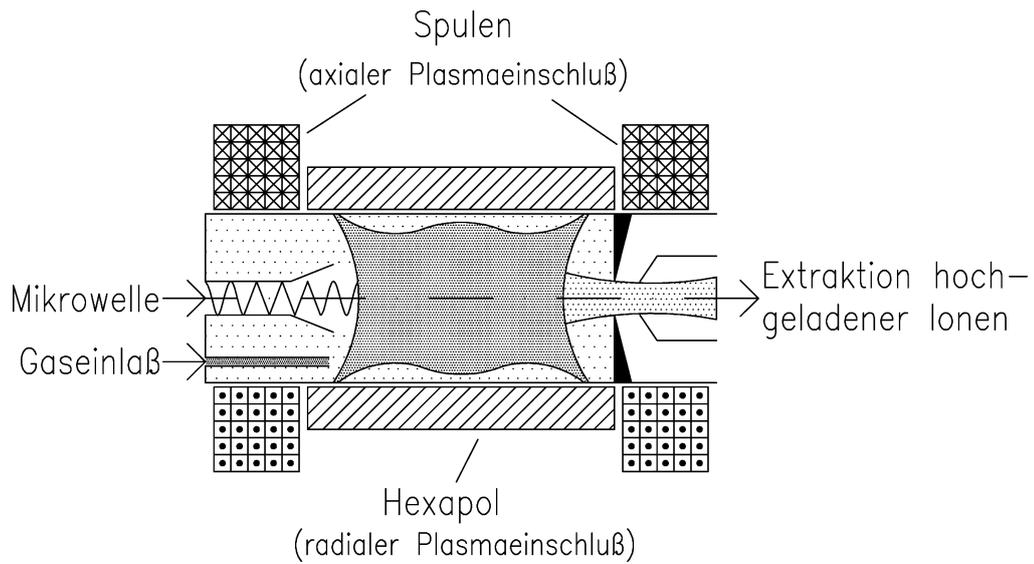


Abbildung 39: ECR-Ionenquelle

4.3.2 Filamentfreie Ionenquellen

Penning-Ionenquelle

Die leichte Zerstörbarkeit der Glühkathode, auch Filament genannt, und die damit schlechte Langzeitstabilität hatten zur Entwicklung von glühkathodenfreien Quellen geführt. Eine dieser Quellen ist die Penning-Ionenquelle.

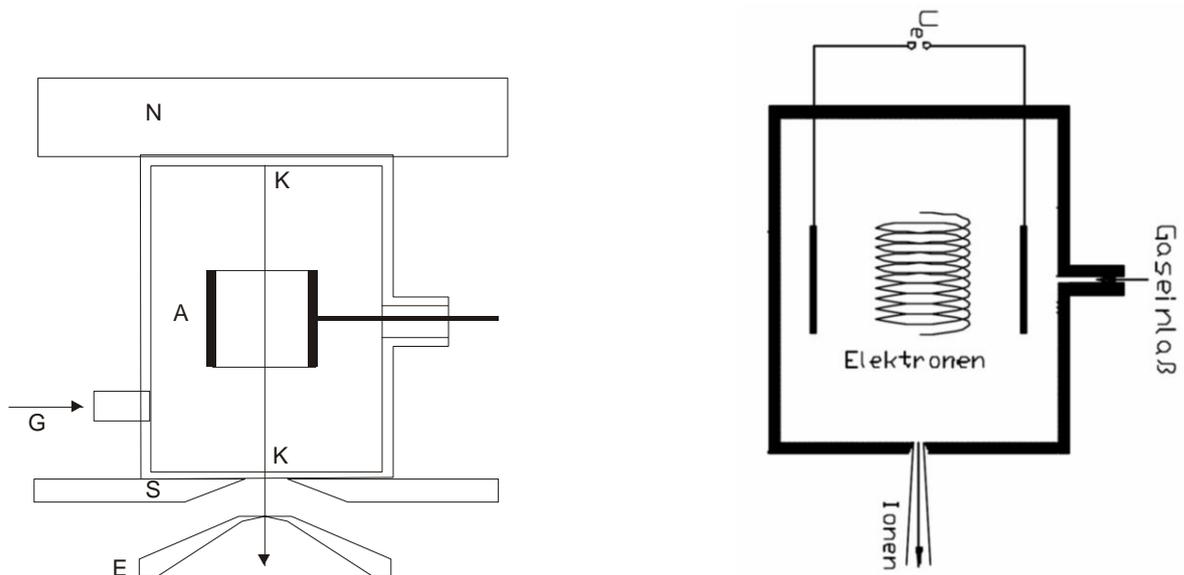


Abbildung 40: links: Schema einer Penning-Ionenquelle. A: Anode, K: Kathode, E: Extraktionselektrode, G: Gaszufuhr, N: Nordpol, S: Südpol. Die Spule und das Magnetjoch zur Erzeugung des axialen Magnetfeldes sind in der Abbildung weggelassen. rechts: Schematische Darstellung der Bewegung der Elektronen in der Quelle.

Bei der Penning-Ionenquelle wird zur Bildung des Plasmas eine hohe Elektronenstromdichte durch Überlagerung von elektrischen und magnetischen Feldern erreicht.

Das Elektrodensystem besteht aus zwei gegenüberliegenden Kathoden und einer ringförmigen Anode in der Mitte. Das Magnetfeld verläuft parallel zur Symmetrieachse. In der Regel ist nur eine der Kathoden eine Glühkathode. Die aus der Glühkathode austretenden Elektronen werden durch das elektrische Feld beschleunigt. Durch die Wechselwirkung mit dem axialen Magnetfeld bewegen sich die Elektronen auf kreisförmigen Spiralbahnen um die Magnetfeldlinien. Dadurch wird die effektive Weglänge eines einzelnen Elektrons und damit die Ionisationsrate wesentlich erhöht. Durch jeden Ionisationsprozess werden zusätzlich Sekundärelektronen freigesetzt, die ebenfalls im elektrischen Feld beschleunigt werden und zur Erhöhung der Elektronenstromdichte beitragen. Die Gesamtheit der Elektronen pendelt zwischen den beiden Kathoden um das positive Anodenpotential in der Mitte der Quelle hin und her. Die Extraktionsöffnung ist entweder ein seitlicher Schlitz im Bereich der Anode oder ein kreisförmiges Loch in einer der Kathoden. Die Penning-Ionenquelle ist die ideale interne Ionenquelle für das Zyklotron, da man das starke axiale Magnetfeld des Zyklotrons unmittelbar für die Penning-Ionenquelle verwenden kann.

Die Penning-Ionenquelle wird im englischen Sprachgebrauch häufig mit dem Akronym **PIG** („Penning Ionisation Gauge“) bezeichnet. (Anmerkung: nicht zu verwechseln mit der Penning-Messröhre, die zur Messung von Drücken zwischen 10^{-3} und 10^{-11} mbar in Vakuumapparaturen dient).

Eine Penning-Ionenquelle hat die folgenden typischen Arbeitswerte:

Druck: 0,5 – 30 mbar, Magnetfeld: 0,05 – 1,5 T, Anodenspannung: 40 – 200 V

Anodenstrom: 0,5 – 5,0 A, Ionenstrom: 10 nA – 50 mA.

HF-Ionenquelle

Die Hochfrequenz-Ionenquelle („HF-Ionenquelle“) ist eine relativ einfache Ionenquelle, die hauptsächlich zur Produktion von Wasserstoffionen verwendet wird. Mit Hilfe einer zum Quellenraum konzentrischen Spule wird ein hochfrequentes elektromagnetisches Feld erzeugt. Die meist aus Kupfer angefertigte Spule besteht aus drei bis sechs Windungen. Sie ist Teil eines sich selbsterregenden HF-Schwingkreises (25 – 30 MHz). Die Ionen werden mit Hilfe eines Extraktionssystems aus dem Plasma abgesaugt. Die Extraktionsöffnung hat einen Durchmesser von 1 – 2 mm. Der Druck im Gasraum liegt in einer Größenordnung von 1 – 30 mbar. Bei einer HF-Leistung von 60 – 300 W werden Ionenströme von 0,1 – 1 mA extrahiert.

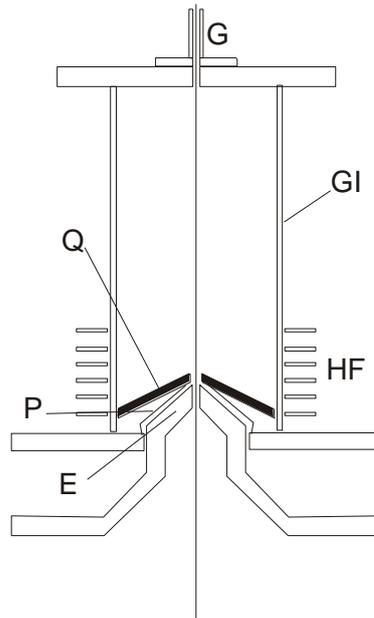


Abbildung 41: Schema einer HF-Ionenquelle. HF: HF-Senderspule (25 – 30 MHz), GI: Pyrexglaszylinder. Q: Quarzglasabdeckung, P: Plasmaelektrode, E: Extraktionselektrode, G: Gaszufuhr

4.3.3 Hochstrom-Ionenquellen

Duoplasmatron-Ionenquelle

Bei der Duoplasmatron-Ionenquelle wird eine Niedervoltgasentladung durch eine Zwischenelektrode eingeschnürt. Dadurch ist die Ionendichte in der Nähe der Extraktionsöffnung sehr viel größer als in der Nähe der Kathode. Das anodenseitige Plasma wird durch eine elektrische Doppelschicht begrenzt, in der die Elektronen aus dem kathodenseitigen Plasma beschleunigt werden. Eine weitere Erhöhung der Elektronenstromdichte und Plasmadichte wird durch ein inhomogenes axiales Magnetfeld zwischen der Zwischenelektrode und der Anode erreicht. Wenn man das axiale Magnetfeld abschaltet, wird aus der Duoplasmatron-Ionenquelle eine Unoplasmatron-Ionenquelle. Die Vorsilbe „Duo“ deutet auf die durch Zwischenelektrode und Magnetfeld hervorgerufene doppelte Plasmaverdichtung hin. Die Idee der Duoplasmatron-Ionenquelle stammt von Manfred von Ardenne. Eine umfangreiche Untersuchung zur Optimierung der Duoplasmatron-Ionenquelle wurde von Lejeune durchgeführt.

Die Duoplasmatron-Ionenquelle hat auch sehr günstige Eigenschaften als Elektronenquelle für Elektronenbeschleuniger, da im Dauerbetrieb Elektronenströme bis zu 500 A/cm^2 möglich sind.

Eine Duoplasmatron-Ionenquelle hat die folgenden typischen Arbeitswerte:

Druck: 15 – 50 mbar, Magnetfeld: 0,15 – 0,5 T, Anodenspannung: 70 – 200 V

Anodenstrom: 0,5 – 5,0 A, Ionenstrom: 30 – 1000 mA

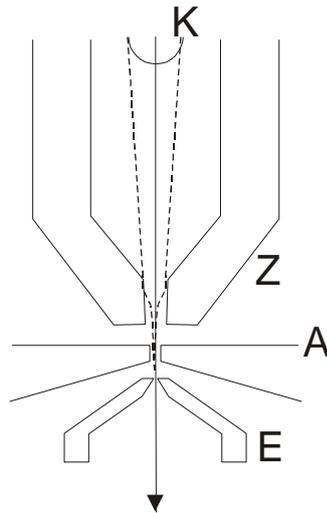


Abbildung 42: Schema einer Duoplasmatron-Ionenquelle. K: Glühkathode, Z: Zwischenelektrode, A: Anode, E: Extraktionselektrode. Durch die Zwischenelektrode wird eine hohe Plasmadichte an der Extraktionsöffnung der Anode erzeugt. Der Elektromagnet zur Erzeugung des Magnetfeldes zwischen Z und A ist in der Abbildung weggelassen.

4.4 Strahlparameter

4.4.1 Richtstrahlwert

Bei der Strahlerzeugung werden die Elektronen bzw. Ionen von der Kathode in Richtung Anode, die sich im Abstand d befindet, beschleunigt. Ein scharf gebündelter Elektronenstrahl ist Voraussetzung für einen hohen **Richtstrahlwert** Θ , der die elektro-optischen Fokussierung beschreibt und definiert ist als das Verhältnis der Emissionsstromdichte j_e zum Raumwinkel Ω .

$$\Theta = \frac{j_e}{\Omega}$$

4.4.2 Langmuirsches Raumladungsgesetz

Die örtliche und zeitliche Verteilung der Raumladung beeinflusst die Strahlerzeugung. Die Coulomb-Abstoßung der Elektronen bzw. Ionen im Strahlbündel führt nicht nur zur Strahlverbreiterung, und damit zur Verringerung des Richtstrahlwertes Θ , sondern auch zu einer Begrenzung der Stromdichte. Für die Extraktion besteht für das Diodensystem, bestehend aus zwei unendlich ausgedehnten parallelen Platten mit dem Abstand d , ein analytischer Zusammenhang zwischen angelegter Spannung und der Sättigungsstromdichte.

$$j_{e,s} = \frac{4\epsilon_0}{9} \sqrt{2 \frac{e_0}{m_e}} \frac{U^{3/2}}{d^2}$$

4.5 Das Konzept der Emittanz

Wichtige Gütefaktoren für eine Ionenquelle bzw. für eine Elektronenquelle sind Emittanz und Brillanz. Um Ionenquellen an Beschleunigern und Ionenstrahlanlagen anwenden zu können, muss die Qualität des extrahierten Ionenstrahls den Anforderungen der entsprechenden Ionenoptik genügen. Daher sind für die Charakterisierung einer Ionenquelle - neben der maximal erreichbaren Ionenstromdichte und der Ladungszustandsverteilung - auch Parameter wie die Emittanz und Brillanz der extrahierten Ionenstrahlen von großer Bedeutung. Nur die Bestimmung dieser Eigenschaften macht es möglich, unterschiedliche Ionenquellen und Extraktionssysteme miteinander zu vergleichen. Im Folgenden werden die wichtigsten Definitionen für diese Parameter zusammengefasst.

4.5.1 Emittanz

Die Emittanz ist ein Maß für die transversale Strahlbündelung.

Nicht nur die momentane Größe des Strahls ist für sein weiteres Verhalten im Beschleuniger wichtig, sondern genauso seine Divergenz. Man braucht also eine Momentaufnahme aller Teilchenorte (x,y,z) und Teilchenrichtungen (p_x,p_y,p_z) , um die weitere Entwicklung im vorgegebenen Kraftfeld vorherzusagen. Die Gesamtheit aller Teilchen spannt also einen 6-dimensionalen Phasenraum auf, in dem jedes der N Teilchen genau einen Punkt darstellt.

Im konkreten Falle sind natürlich niemals die Phasenraumkoordinaten aller Teilchen bekannt. Stattdessen wird man zu einem bestimmten Zeitpunkt eine Dichteverteilung im Phasenraum angeben können, bzw. Konturen konstanter Phasenraumdichte. Da die Teilchendichte nach außen hin häufig nur allmählich (vergleichbar mit einer Gauss-Verteilung) abnimmt, betrachtet man oft auch nur jene Fläche, die z.B. 90% der Teilchen enthält. Als Emittanz ε wird jene Fläche im Phasenraum (bzw. Ellipse im 2-dimensionalen Phasenraum) definiert, die alle durch Punkte repräsentierten Teilchen umschließt. Üblicherweise wird diese Fläche durch π dividiert und die Einheit der Emittanz ergibt sich somit als $(\pi.mm.mrad)$. Für ideal zylindersymmetrische Ionenoptiksysteme sind die Ionenstrahlen um die Ausbreitungsrichtung rotationssymmetrisch und es gilt daher $\varepsilon_x = \varepsilon_y \equiv \varepsilon$.

Eine besondere Bedeutung erlangt der Emittanzbegriff durch das **Liouville-Theorem**:

Unter der Einwirkung konservativer Kräfte auf den Teilchenstrahl, bleibt die Phasenraumdichte der Teilchen konstant.

$$\frac{d\rho(x, p_x, t)}{dt} = 0 \quad (2\text{-dimensional})$$

$$\frac{d\rho(x, p_x, y, p_y, s, p_s, t_s)}{dt} = 0 \quad (\text{„6-dimensional“; s...Sollbahn})$$

Grob gesagt drückt das Liouville-Theorem aus, dass man eine Verkleinerung des Strahlenquerschnittes nur auf Kosten einer größeren Strahldivergenz erzielen kann (und umgekehrt). Kräfte durch externe makroskopische elektrische und magnetische Felder sind konservativ, daher bleibt das Liouville-Theorem auch bei Verwendung ionenoptischer Elemente (Linsen, Quadrupole,...) gültig. Das bedeutet, dass sich die Fläche der Phasenraum-Ellipse – durch feldfreie Driftstrecken oder Quadrupole im Strahlengang des Beschleunigers – nicht ändert, sondern es erfolgt eine Verzerrung der Ellipse.

Eine Grundvoraussetzung des Liouville-Theorems besteht darin, dass die Wechselwirkung zwischen den Teilchen vernachlässigbar ist.

Im allgemeinen Fall ist die Emittanz ein 6-dimensionales Volumen, das von einer 5-dimensionalen Fläche konstanter Dichte umschlossen wird.

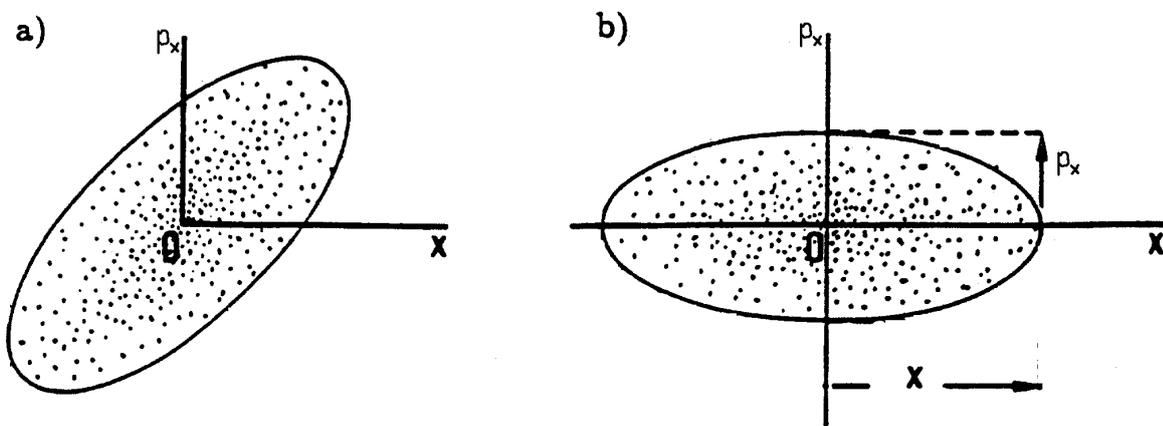


Abbildung 43: Dargestellt ist eine Emittanz im 2-dimensionalen Phasenraum (x, p_x) .¹⁹

Eine weitere Vereinfachung ist möglich, wenn der Teilchenimpuls in der Ausbreitungsrichtung (im folgendem die z -Richtung) konstant bleibt (driftender Strahl). Damit können experimentell schwierig messbare Querimpulse P_x, P_y durch den entsprechend einfacher bestimmbar Divergenzwinkel ersetzt werden:

$$\tan \alpha \equiv \frac{P_x}{P_z} \approx \alpha \quad (P_z \gg P_x)$$

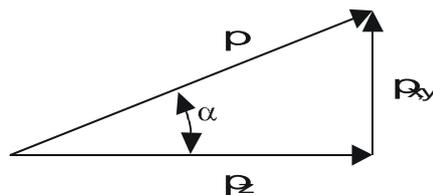


Abbildung 44: Veranschaulichung der Impulskomponenten eines Ionenstrahls

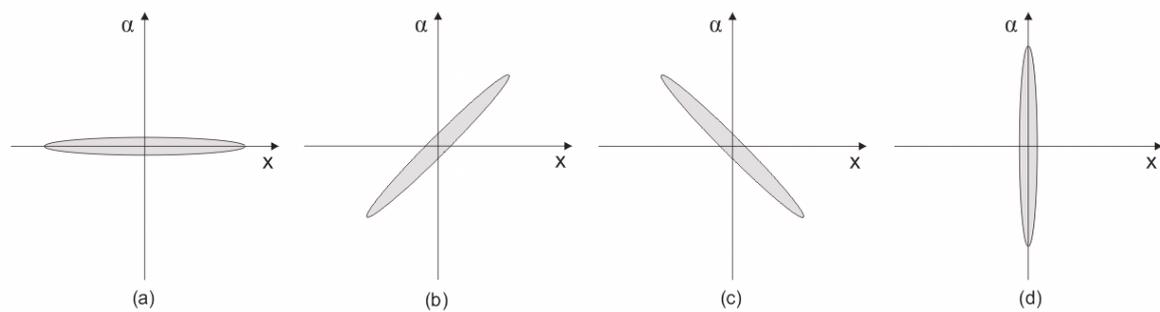


Abbildung 45: Typische Phasenraumdiagramme für einen Ionenstrahl.

Im idealisierten Fall der unendlich dünnen Ellipse gilt:

- (a) Divergenzwinkel α an allen Orten gleich \rightarrow paralleler Strahl
- (b) Divergenzwinkel α wächst mit x-Koordinate \rightarrow divergenter Strahl
- (c) Divergenzwinkel α nimmt mit x-Koordinate ab \rightarrow konvergenter Strahl
- (d) Divergenzwinkel α für konstante x-Koordinate verschieden \rightarrow Strahltaile (overcross)

Die Emittanz eines Ionenstrahles sinkt bei gleich bleibenden Bedingungen mit zunehmender Geschwindigkeit der Ionen. Um nun Emittanzen von Strahlen unterschiedlicher Energie und/oder Ionenmasse vergleichen zu können, ist es üblich, die „normierte“ **Emittanz** anzugeben. Die normierte Emittanz ε_n ist bezüglich Änderungen von $v(z)$ invariant. Sie dient der Vergleichbarkeit der Emittanzen verschiedener Strahlen geladener Teilchen bei unterschiedlichen Energien oder unterschiedlichen Ruhemassen und wird folgendermaßen definiert:

$$\varepsilon_n = \beta_z \gamma_z \varepsilon$$

$$\beta_z = \frac{v_z}{c} = \frac{1}{c} \sqrt{\frac{2qeU}{m_i}}$$

$$\gamma_z = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_z^2}}$$

| | | |
|---------------|-------|------------------------------------|
| U | | angelegte Extraktionsspannung (kV) |
| q | | Ionenladungszustand |
| c | | Lichtgeschwindigkeit |
| m_i | | Masse des Ions |
| ε | | nicht-normierte Emittanz |

Bezüglich der Strahlqualität, die entscheidend für die Durchführbarkeit und den Erfolg eines Experiments ist, sei noch anzumerken, dass kleine Emittanzwerte eine bessere Strahlqualität und somit eine bessere Winkelauflösung im Streuexperiment bedeuten.

Für intensive Ionenstrahlen ist es sinnvoll, die Emittanz entlang des Strahlweges an mehreren Abschnitten zu messen, da sie aufgrund der Raumladung mit zunehmender Entfernung von der Ionenquelle anwächst.

4.5.2 Brillanz

Die Brillanz ist ein Maß für die Phasenraumdichte eines Strahles.

Ein weiterer wichtiger Gütefaktor ist die Brillanz („brilliance“) B eines Ionenstrahles. Sie ist definiert als der Quotient des Stromes I und der transversalen Emittanzen $\varepsilon_x, \varepsilon_y$. Die Brillanz ermöglicht den Vergleich von Ionenquellentypen mit unterschiedlichen Ionenstromdichten, da sie die Emittanz einer Ionenquelle mit dem extrahierten Ionenstrom verknüpft (Brown 1989):

$$B \equiv \frac{I}{\varepsilon_x \varepsilon_y} \cong \frac{I}{\varepsilon^2} \left[\frac{A}{\pi^2 \text{mm}^2 \text{mrad}^2} \right]$$

I gesamter Ionenstrom

Dementsprechend wird auch die normierte Brillanz definiert als:

$$B_n \equiv \frac{I}{\varepsilon_n^2}$$

Um also die Qualität einer Ionenquelle zu charakterisieren, müssen neben der erreichbaren Ionenstromdichte und dem erreichbaren Ladungszustand auch die Ionenstrahlqualität durch die Parameter der normierten Emittanz und der normierten Brillanz angegeben werden.

5 Elektrostatische Beschleuniger

5.1 Röntgenanlagen

Röntgenstrahlung wird technisch meist in Röntgenröhren erzeugt. Diese bestehen aus einem evakuierten Glaskolben mit zwei Elektroden, der Kathode und der Anode. Die Kathode ist der Ort der Elektronenerzeugung und Emission, die Anode stellt das Target für die beschleunigten Elektronen dar. Röntgenröhren erfüllen im wesentlichen folgende Funktionen:

- Erzeugung der Elektronen
- Beschleunigung der Elektronen in einem elektrischen Feld
- Abbremsung der Elektronen in einem geeigneten Material

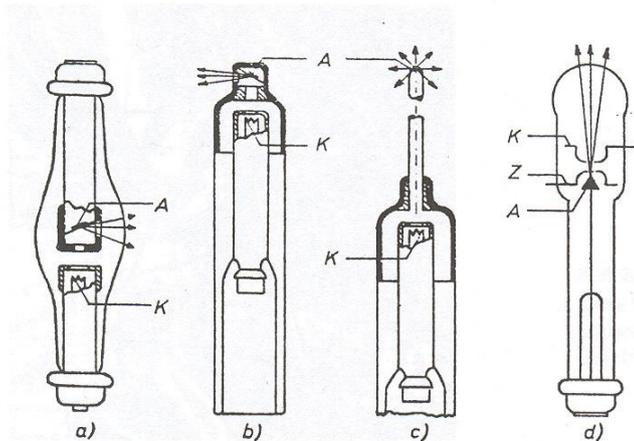


Abbildung 46: Schematische Darstellung verschiedener Röntgenröhrentypen (A Anode, K Kathode, Z Zündelektrode)

- Zweipolröntgenröhre
- Kurzanodenröntgenröhre
- Hohlanodenröntgenröhre
- Röntgenblitzröhre

In der Anwendung von Röntgenstrahlung unterscheidet man grob drei Arten von Verfahren. Die **Radiographie** ist ein Schattenbildverfahren, das in der medizinischen Diagnostik weit verbreitet ist und in der Technik zur Werkstoffprüfung eingesetzt wird (z. B. Schweißnahtprüfung). Die **Röntgenfluoreszenzanalyse** (RFA) ist eine Anwendung der Emissionsspektrometrie im Röntgenbereich. Sie ist eines der wichtigsten industriellen Verfahren zur Elementen-Analyse. Die **Röntgendiffraktometrie** beruht auf den Interferenzerscheinungen von Röntgenstrahlung, die an regelmäßig angeordneten Atomen im Kristallgitter (kohärent) gestreut wird. Sie wird zur Kristallstrukturanalyse oder zur Identifikation von kristallinen Phasen auf Grund ihrer (bekannten) Struktur eingesetzt.

5.1.1 Röntgenanlagen für Grobstrukturuntersuchungen / Bildgüte

Röntgenanlagen für Grobstrukturuntersuchungen werden zum Beispiel bei der technischen Radiographie eingesetzt. Es handelt sich hierbei um eine zerstörungsfreie Werkstoffprüfung. Diese „Durchstrahlungsprüfung“ ist eine Zentralprojektion, da es sich um eine in begrenzter Entfernung befindliche, kleine Strahlenquelle handelt, im Idealfall eine punktförmige Röntgenquelle.

Die optimale Abbildung von metallischen Werkstoffen hat zur Voraussetzung:

- die richtige Einstellungstechnik
- die richtige Belichtung

Wesentliche Faktoren der **Bildgüte** sind die Bildunschärfe und der Kontrast des Bildes.

5.1.1.1 Bildunschärfe

Die Gesamtunschärfe setzt sich zusammen aus:

- der geometrischen Unschärfe
- der Bewegungsunschärfe
- der inneren (photographischen) Unschärfe (Film-Folienunschärfe)
- der Streustrahlenunschärfe

Die **geometrische Unschärfe** ist die Folge der räumlichen Ausdehnung des Brennflecks und wird durch die Halbschattenbildung verursacht.

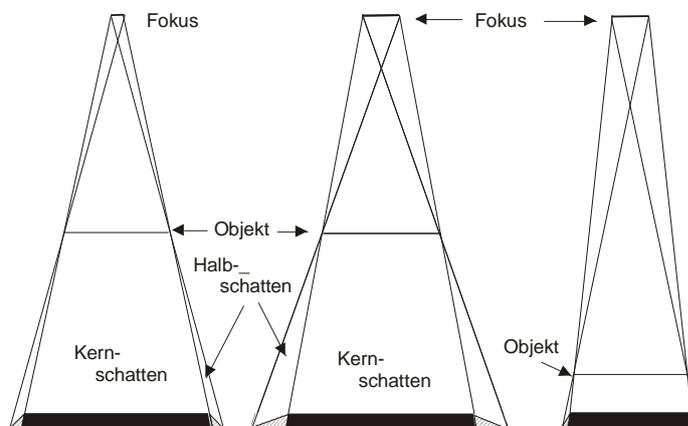


Abbildung 47: Halbschattenbildung in Abhängigkeit von Fokusgröße und Abstand Fokus-Objekt

Die geometrische Unschärfe ist demnach zu vermindern durch Wahl geeigneter Abstände und durch Verkleinerung des Brennflecks.

Die **Bewegungsunschärfe** wird verursacht durch die Bewegungen des Objekts. Diese kann durch Ausschalten willkürlicher Bewegungen, durch eine Verkürzung der Belichtungszeit, durch eine optimale Fixierung des Films bzw. der Kassette verringert werden.

Die **innere Unschärfe** ist Folge der speziellen Eigenschaften der bildwandelnden Schichten, d.h. vor allem des Films (Körnigkeit) und der Verstärkerfolien. Eine Verstärkerfolie verstärkt den Kontrast des Filmes und ist individuell für den jeweiligen Film zu wählen.

Einen Zusammenhang zwischen der geometrischen und inneren Unschärfe liefert das Bertholdsches

Gesetz: $U_{ges} = \sqrt{U_g^2 + U_i^2}$

| | | |
|-----------|-------|------------------------|
| U_{ges} | | gesamte Unschärfe |
| U_g | | geometrische Unschärfe |
| U_i | | innere Unschärfe |

5.1.1.2 Kontrast

Unter dem Kontrast versteht man die Abstufung der Schwärzung. Der entstehende „**objektive Kontrast**“ ist gleich der Schwärzungsdifferenz $S_1 - S_2$.

Der Kontrast ist anhängig von den Expositionsdaten, von dem durchstrahlten Objekt, von dem Aufnahmematerial und von der Filmverarbeitung.

Ein guter Kontrast wird erzielt durch:

- die richtige Belichtung bei niedriger Spannung
- alle Maßnahmen zur Verringerung der Streustrahlen
- Verwendung von Filmen mit steiler Gradation¹
- Verwendung von Verstärkerfolien
- richtige Filmverarbeitung

Der objektive Kontrast, d.h. also die physikalisch messbare Schwärzungsdifferenz, ist nicht allein entscheidend für die Verwertbarkeit und Detailerkennbarkeit eines Röntgenbildes. Ausschlaggebend ist der **subjektive Kontrast**, der das Verhältnis der Helligkeit zweier benachbarter geschwärtzter Bildstellen im durchscheinenden Licht ist.

Der subjektive Kontrast ist abhängig von:

- dem objektiven Kontrast
- Größe, Form und Lage der Bildelemente
- Schärfe und Grenzkontrast
- der absoluten Helligkeit des durchscheinenden Lichts
- dem Untergrund und der Farbe des durchscheinenden Lichts
- der Umgebungshelligkeit
- physiologischen Faktoren

¹ Gradation ist die Steigung des geradlinigen Teiles der Schwärzungskurve. Maßzahl für die Gradation ist das Gamma oder der Gammawert. Liegt der Gammawert unter 1 (Steigung < 45), so spricht man von einer flachen Gradation, während die Bezeichnung "steile (oder harte) Gradation" auf einen Gammawert über 1 (Steigung > 45) hinweist. (aus: <http://www.gm-bildproduktion.com/g.htm>, Juli 2003)

5.1.1.3 Kontrolle und Nachweis der Bildgüte

Es ist wichtig, die Bildgüte einer Durchstrahlungsaufnahme quantitativ zu bestimmen. Üblicherweise erfolgt diese Kontrolle dadurch, dass ein Testkörper zusammen mit dem Prüfobjekt durchstrahlt wird. Der Testkörper soll filmfern (also auf der der Strahlenquelle zugewandten Seite) liegen.

Die nach EN 1435 empfohlenen Drahtstege als Testkörper bestehen aus einer Folge von Drähten verschiedener Durchmesser, die in eine durchsichtige Kunststoff-Folie eingeschweißt sind. Die

Durchmesser der Drähte nehmen annähernd in geometrischer Folge mit dem Quotienten $\frac{1}{\sqrt[10]{10}}$ ab.

Die Dicken selbst sind im einzelnen durch in Tabellen gegebene Werte festgelegt.

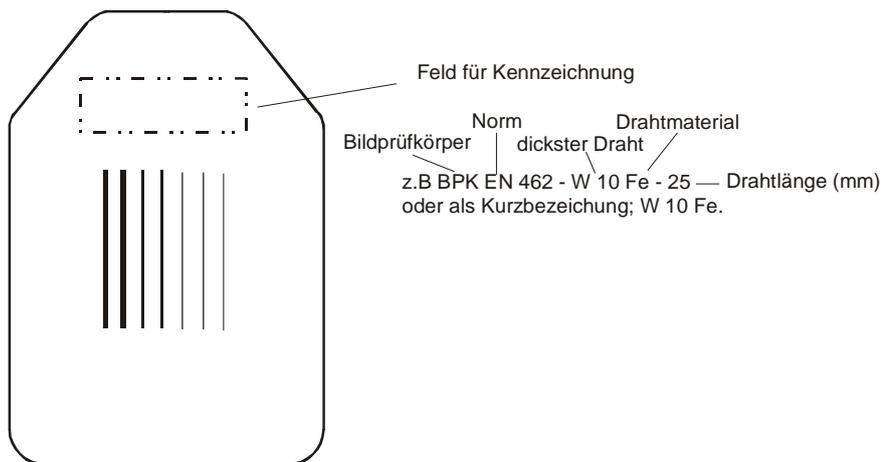


Abbildung 48: Drahtsteg nach EN 462-1

5.1.2 Röntgenanlagen für medizinische Anwendungen



Abbildung 49: Conrad Wilhelm Röntgen und die Hand des Anatomen Geheimrat Dr. Kölliken

Kommerzielle Röntgenröhren werden vor allem in zwei Bauformen angeboten, als Stahanodenröhren oder als Drehanodenröhren. Sie unterscheiden sich bezüglich ihrer thermischen Belastbarkeit und der Kühlmöglichkeit. Festanoden werden heute in der Therapie und bei niedriger Strahlenleistung, z. B. in der Zahnradiologie verwendet. Eine spezielle Bauform der Festanoden sind die Hohlanoden, die zur Strahlentherapie von Hohlorganen verwendet wurde. Bei ihnen ist die Anode am Ende eines

Hohlrohres befestigt, das in den Patienten eingeführt wird. Die teureren und technologisch anspruchsvolleren Drehanoden wurden zur Standardbauform für diagnostische Röntgenröhren.

In der bildgebenden Diagnostik dient die Röntgenstrahlung zur Abbildung der Strukturen von Objekten, die zwischen Strahlungsquelle und Bilddetektor angeordnet werden. Sieht man von der objektspezifischen Schwächung zunächst ab, so handelt es sich bei der Röntgenabbildung um eine Zentralprojektion. Von jedem Objekt wird also eine Art Schattenbild auf dem Bilddetektor erzeugt. Die Abbildungsgröße hängt dabei von den Abstandsverhältnissen ab, die Bildschärfe (räumliche Auflösung) von der Größe der Lichtquelle. Sind die Strahlungsquellen ausgedehnt, so kommt es zur Erzeugung von Halbschatten und Randunschärfen durch teilweise Unterstrahlung der Randbereiche des abzubildenden Objekts. Je kleiner die Abmessung der Strahlungsquelle ist, umso genauer werden Details aufgelöst. Die ideale Röntgenlichtquelle wäre deshalb ein Punktstrahler (siehe Überlegungen in Kap. 5.1.1).

In Röntgenröhren kann aus Gründen der thermischen Belastung die Größe des Brennflecks nicht beliebig verkleinert werden. Um dennoch annäherungsweise eine Punktquellenabbildung zu erhalten, wird das so genannte „**Strichfokus-Prinzip**“ verwendet: Die Anodenfläche wird dabei so schräg zum Nutzstrahl ausgerichtet, dass das Abbild des bis zu einem Zentimeter langen Glühfadens auf der Anodenfläche durch Projektion auf nur wenige zehntel Millimeter verkürzt wird. Mit diesem Verfahren kann also die Elektronenauffrefffläche (der **elektronische Brennfleck**) groß genug ausgelegt werden, ohne dabei die optische Auflösung allzu sehr zu verschlechtern. Typische Brennfleckdurchmesser für die bildgebende Radiologie betragen etwa 0,3 - 1,6 mm. In hochauflösenden Röntgenröhren (z. B. für die Mammographie) werden auch optische Brennfleckgrößen von nur 1/10 Millimeter realisiert. Bei der Zentralprojektion ist die Bildunschärfe proportional der Lichtquellengröße (Brennfleckdurchmesser). Man ist also gezwungen, den Brennfleck so klein wie möglich zu halten. Nachdem die thermische Belastung bei Betrieb einer Röntgenröhre sehr groß ist, wird im Regelfall mit Wasser gekühlt.

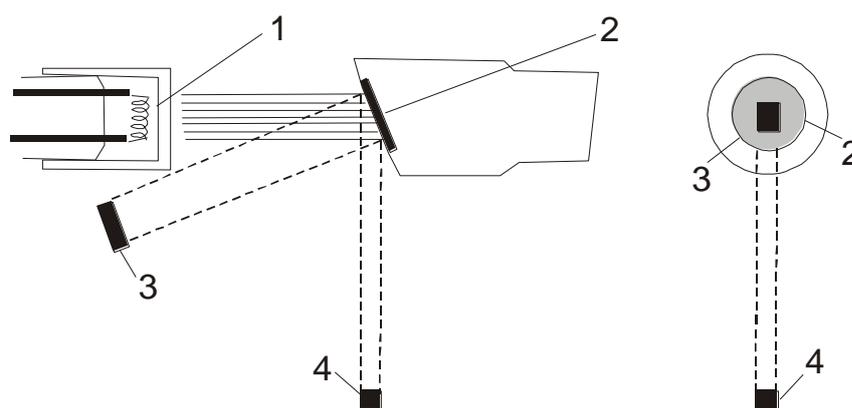


Abbildung 50: Darstellung des Strichfokusprinzips: 1. Kathodenwendel, 2. Bremsmaterial in der Anode, 3. Thermischer Brennfleck, 4. Optischer Brennfleck

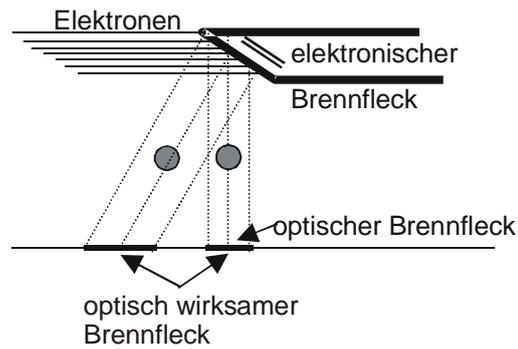


Abbildung 51: Elektronischer, optischer und optisch wirksamer Brennfleck

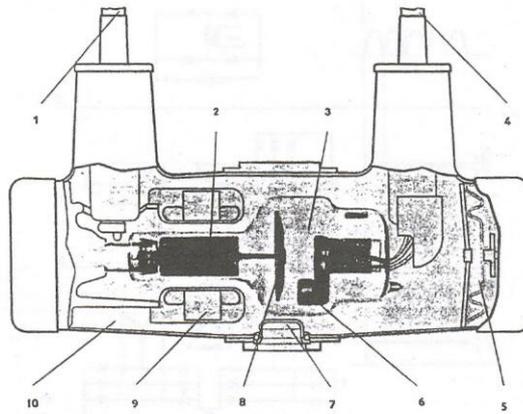


Abbildung 52: Schnitt durch Röhrengehäuse mit Drehanodenröhre

5.1.3 Röntgenanlagen für Feinstrukturuntersuchungen und Röntgenfluoreszenzanalyse (RFA)

Röntgenfeinstrukturuntersuchung:

Bei Röntgenfeinstrukturuntersuchungen wird die Beugung von Röntgenstrahlen am Kristallgitter ausgenutzt. Physikalische Grundlage dafür ist die Braggsche Gleichung:

$$2d \sin \vartheta = n\lambda \quad \text{Gleichung 5-1}$$

Spezielle Verfahren der Röntgenfeinstrukturuntersuchungen sind das Laue-Verfahren und das Debye-Scherrer-Verfahren.

Das **Laue-Verfahren** beschreibt die Beugung von Röntgenstrahlen an einem Einkristall. Es ermöglicht Aussagen über die Kristallstruktur zu treffen. Durch das Bestrahlen von verschiedenen Seiten des Kristalls kann jeder Beugungswinkel - und damit die Beugungsmaxima - erreicht werden.

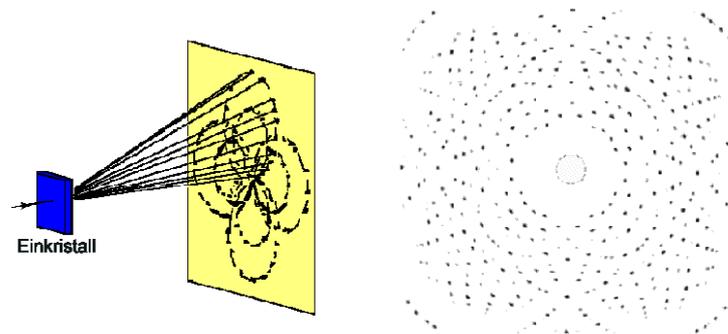


Abbildung 53: Laue Verfahren; Prinzip und Beugungsbild

Beim **Debye-Scherrer-Verfahren** (auch Pulvermethode) wird ein gepresstes, pulverförmiges, kristallines Material Röntgenstrahlung ausgesetzt. Wird die Bragg-Bedingung an einer Gitterebene erfüllt, so können Kegel erzeugt werden, welche im Abbildungsverfahren als kreisförmige Strukturen erkennbar sind. Aus den geometrischen Abmessungen der Kreise lässt sich mit Hilfe der Braggschen Gleichung der Beugungswinkel α und die Abstände der Netzebenen d bestimmen.

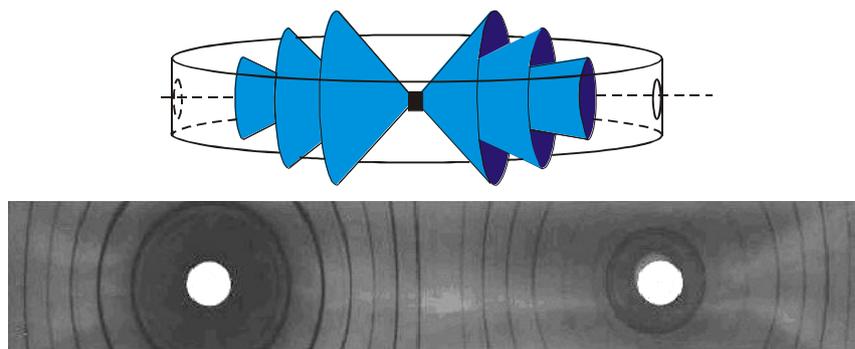


Abbildung 54: Debye-Scherrer-Verfahren

Röntgenfluoreszenzanalyse (RFA):

Die Röntgenfluoreszenzanalyse basiert auf der Anregung von Atomen durch energiereiche, primäre Röntgenstrahlung. Die angeregten Atome emittieren ihrerseits eine Fluoreszenzstrahlung im Röntgenbereich, deren Energie und Wellenlänge charakteristisch für jedes Element ist. Die erzeugte Fluoreszenzstrahlung wird mit Hilfe eines Detektors registriert. Dazu können wellenlängen- oder energiedispersive Spektrometer verwendet werden. Die Röntgenfluoreszenzanalyse läuft im wesentlichen in vier Schritten ab:

1. Anregung charakteristischer Röntgenstrahlung in einer Probe durch hochenergetische Photonen, Elektronen, Protonen oder andere ionisierende Teilchen
2. Auswahl einer charakteristischen Emissionslinie eines Elements durch wellenlängen- oder energiedispersive Spektroskopie
3. Bestimmung der Intensität der Emissionslinie

- Umrechnung der Intensität der charakteristischen Emissionslinie in die Elementkonzentration mit Hilfe einer geeigneten Kalibrierung

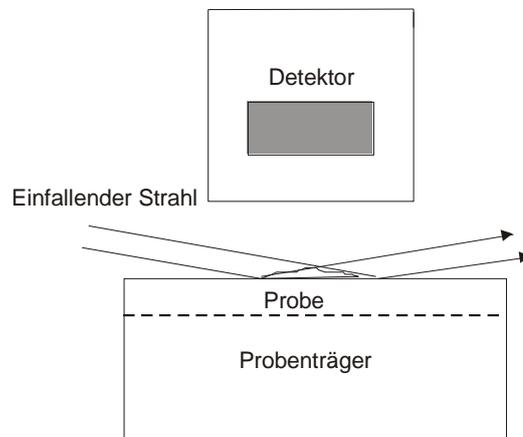


Abbildung 55: Prinzipieller Aufbau einer RFA-Anlage

5.2 Kaskadengeneratoren

Im Jahre 1919 beobachtete Rutherford als erster eine Kernumwandlung durch Alphateilchen eines natürlichen Strahlers. Um Kernreaktionen im Labor detektieren zu können, müssen Teilchen auf hohe Energien beschleunigt werden, wozu Generatoren für hohe elektrische Spannungen nötig sind.

Die Erfindung des Bandgenerators durch Van de Graaff (1929/31) gilt als erster wesentlicher Schritt in der Beschleunigerphysik. 1932 gelang Cockcroft und Walton mit dem von Greinacher vorgeschlagenen Kaskadengenerator (Cockcroft-Walton-Generator, 800 kV Gleichspannung) der Durchbruch mit der Beschleunigung von Protonen, der die erste künstliche Kernumwandlung ermöglichte.

Die Bezeichnung Kaskade kommt daher, dass als Hochspannungsgeneratoren mehrfach aufgestockte Schaltungen aus Transformatoren, Gleichrichtern (Ventilen) und Kondensatoren benutzt werden. Die entstehende Gleichspannung ist ein Vielfaches der Sekundärspannung des Transformators und der Gleichrichtersperrspannung, die Kondensatoren werden nur mit einem Bruchteil der Gesamtspannung belastet.

5.2.1 Die unbelastete Kaskade

Die Funktion einer Kaskade (nach Villard 1901) sei anhand der Abbildung erläutert:

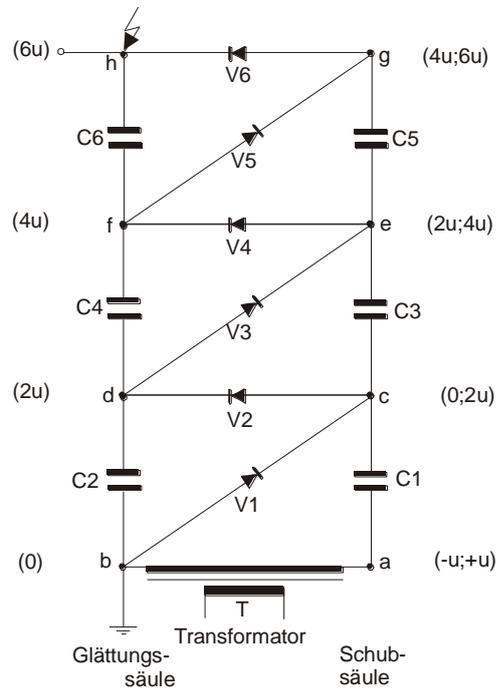


Abbildung 56: Kaskadenschaltung

Der Transformator T mit einer Sekundärspannung des Scheitelwerts u erzeugt am Punkt a ein zwischen $-u$ und $+u$ wechselndes Potential. Der Kondensator C_1 wird über das Ventil V_1 einmal auf die Spannung u aufgeladen und kann sich dann nicht wieder entladen; das Potential am Punkt c erscheint also gegenüber a um den Betrag u angehoben und wechselt zwischen den Werten 0 und $2u$. Über V_2 wird C_2 auf die Spannung $2u$ aufgeladen, der Punkt d liegt also auf dem konstanten Potential $2u$. Die zwischen c und d liegende, zwischen 0 und $2u$ wechselnde Spannung dient nun zur Versorgung der nächsten Stufe: C_3 lädt sich auf die Spannung $2u$ auf; und im Punkt e erscheint ein zwischen $2u$ und $4u$ wechselndes, im Punkt f ein konstantes Potential $4u$. Folglich entsteht am Punkt h das Potential $6u$.

Ist also n die Stufenanzahl, wird die (unbelastete und verlustfreie) Kaskade eine Gleichspannung von $U_0 = 2nu$ erzeugen. Man sieht, dass alle Ventile auf die Sperrspannung $2u$, der Eingangskondensator auf die Spannung u und alle übrigen Kondensatoren auf die Spannung $2u$ zu dimensionieren sind. Durch einfaches Umdrehen aller Ventile kann die Polarität der Hochspannung gewechselt werden. Die Gleichrichter leiten nur, wenn die Anode positiver als die Kathode ist: Dies tritt nur ein, wenn die Kaskade mit einem Verbraucherstrom belastet wird oder wenn Streukapazitäten einen Verluststrom verursachen. Der Strom durch die Ventile ist keineswegs sinusförmig, sondern fließt nur während eines kleinen Bruchteils einer Halbperiode der Eingangswchselspannung.

5.2.2 Die belastete Kaskade - Welligkeit und Spannungsabfall

Wird von der Hochspannungselektrode h (siehe Abbildung 56) ein Nutzstrom i entnommen, so fließt in

einer Periode die Ladung $Q = \frac{i}{f}$ (f ...eingespeiste Frequenz) ab. An den Kondensatoren der

Glättungssäule entsteht daher ein Spannungsabfall. Im stationären Zustand muss jedem Kondensator die gleiche Menge an Ladung zu-, wie abgeführt werden: Die aus C_6 über h abfließende Ladung, muss aus C_5 über V_6 ersetzt werden; dies geschieht, wenn g positiver als h ist, also dann, wenn a das Potential +u hat. In der nächsten Halbperiode (wenn f positiver als g, also a auf dem Potential -u liegt) wird diese Ladung aus C_4 über V_5 entnommen. C_5 und C_6 wechseln also in einer Periode die Ladung Q . C_4 wechselt zusätzlich noch die Ladung Q , die wegen der Umladung des Kondensators C_6 in ihn fließt und wieder aus ihm entnommen wird. C_4 und, wie sich ebenso zeigen lässt, C_3 wechseln also innerhalb einer Periode die Ladung $2Q$, ähnlich C_2 und C_1 die Ladung $3Q$. Durch die Ventile V_1 , V_3 und V_5 fließt während der einen Halbperiode, durch die Ventile V_2 , V_4 und V_6 während der anderen Halbperiode die Ladung Q .

Durch die periodischen Umladungen entsteht an jedem Kondensator der Glättungssäule eine Welligkeit, die gleich der im betreffenden Kondensator gewechselten Ladungsmenge dividiert durch seine Kapazität ist. Es wäre deshalb günstiger, von oben nach unten Kondensatoren zunehmender Kapazität zu verwenden, um die Gesamtwelligkeit klein zu halten. Aus verschiedenen Gründen, vor allem aber wegen der höheren Kurzschlussfestigkeit der Anlage, werden die Säulen immer aus Kondensatoren gleicher Kapazität C aufgebaut. In diesem Fall erhält man durch Addition die durch die Umladungen verursachte Gesamtwelligkeit:

$$\Delta U = \frac{i}{fC} \cdot \frac{n(n+1)}{2}$$

Die Gesamtwelligkeit steigt also linear mit dem Nutzstrom und ungefähr mit dem Quadrat der Stufenzahl und wird kleiner für größere Kapazitäten und höhere Frequenzen.

Außerdem wird durch die Umladung ein Spannungsabfall ΔV_0 verursacht, um den die Hochspannung bei Belastung mit dem Strom i kleiner als die theoretische Leerlaufspannung $V_0 = 2nu$ ist. Er entsteht dadurch, dass die Kondensatoren C_2 bis C_{2n} während einer Periode nicht auf die volle Spannung $2u$ aufgeladen werden können, da sie ja gleichzeitig Ladung nach oben abgeben müssen. Falls alle Schub- und Glättungskondensatoren die gleiche Kapazität C besitzen, ergibt sich durch Summation für diesen Spannungsabfall durch Umladung:

$$\Delta V_0 = \frac{i}{fC} \cdot \left(\frac{2}{3}n^3 + \frac{3}{4}n^2 + \frac{1}{12}n \right)$$

Er steigt also linear mit dem Nutzstrom und ungefähr mit der dritten Potenz der Stufenanzahl (dramatische Verluste). Um die Gesamtwelligkeit und den Spannungsabfall zu verringern, gibt es folgende Möglichkeiten:

- Verwendung von Kondensatoren hoher Kapazitäten
- Wahl einer hohen Speisefrequenz
- Aufbau mit geringer Stufenanzahl

Die maximale Stufenanzahl eines Kaskadengenerators liegt bei

$$n_{\max} = \sqrt{\frac{fCu}{i}}$$

5.2.3 Die Symmetrische Kaskade

Einen großen Fortschritt stellte die symmetrische Schaltung nach Heilpern 1955 dar. Die symmetrische Kaskade bringt eine ganz wesentliche Verringerung der Welligkeit. Sie besteht aus zwei Schubsäulen und einer Glättungssäule.

Die Welligkeit errechnet sich hier mit der Formel

$$\Delta U = \frac{i}{fC} \cdot \frac{n}{2}$$

und ist somit (n+1)mal kleiner als die der klassischen Kaskade.

Auch der Spannungsabfall wird gegenüber der klassischen Schaltung um einen Faktor 4 kleiner.

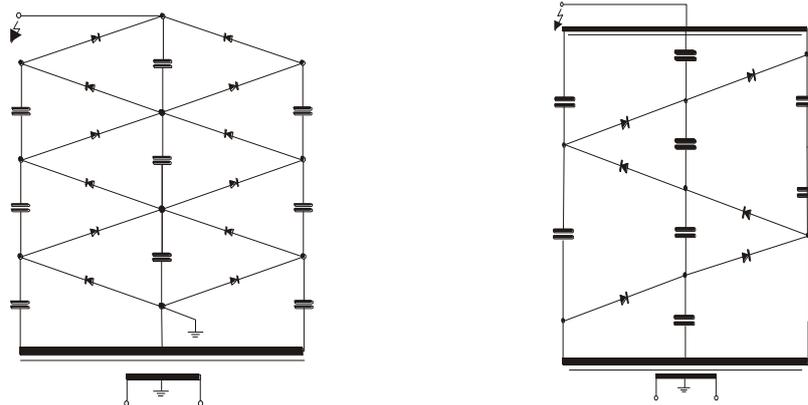


Abbildung 57: links: Symmetrische Kaskade nach Heilpern; rechts: Symmetrische Kaskade nach Walker und Peter (verbessert)

5.3 Van de Graaff-Generatoren

Die ersten Beschleunigungsapparate erzeugten das zur Beschleunigung nötige elektrische Feld unter der Verwendung von Hochspannungsgeneratoren. Der Van de Graaff-Generator (Robert J. Van de Graaff 1930) ist ein Bandgenerator zur Erzeugung von Hochspannung. Mit diesen Generatoren können Spannungen von 5,1 MV erreicht werden. Einem Elektron kann so auf einmal eine Energie von 5,1 MeV zugeführt werden. Das Prinzip des Bandgenerators ist der mechanische Ladungstransport über ein Band aus vulkanisiertem Textilgewebe. Die elektrische Ladung wird mit Hilfe von spitzen Elektroden in Form einer Koronaentladung auf das Band gesprüht und zur Hochspannungselektrode transportiert. Die hohe Spannung entsteht durch die Aufladung der elektrostatisch günstig geformten Hochspannungselektrode:

$$U = \frac{Q}{C}$$

Für eine Kugel mit Radius r erhält man die Kapazität $C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 r$; für $r = 1$ m ergibt sich $C = 111$ pF.

Aus den voran stehenden Formeln kann bei bekannter Ladung die Spannung ausgerechnet werden.

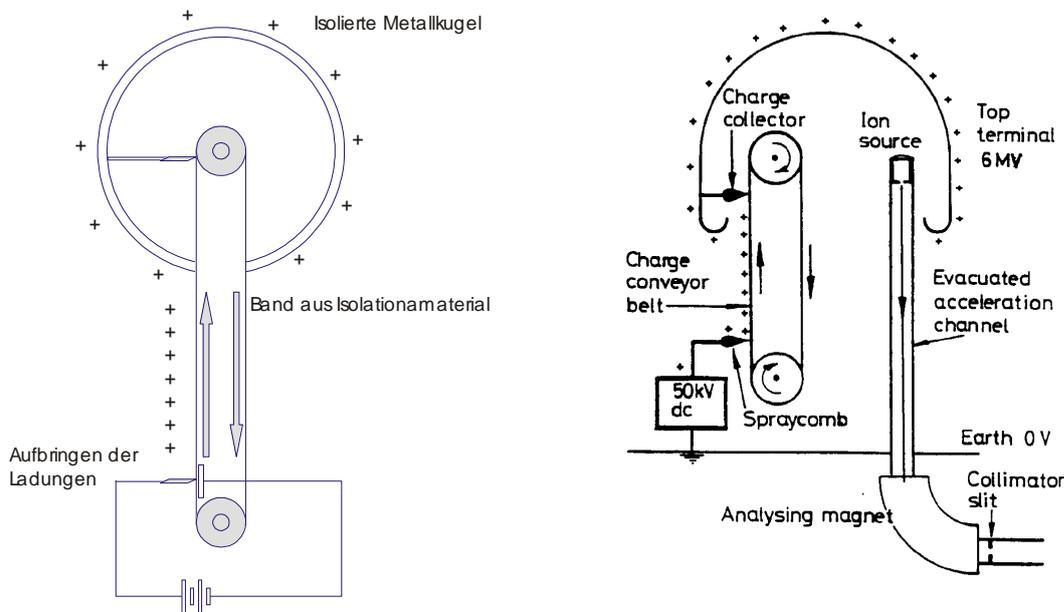


Abbildung 58: links: Van de Graaff-Generator; rechts: Van de Graaff-Beschleuniger¹³



Abbildung 59: Pelletron

Bei einem modernen Van de Graaff-Bandgenerator erfolgt die Aufladung durch Influenz. Hierbei wird eine Kette aus Metallkugeln („Pelletron“) oder aus Metallstreifen („Laddertron“) in einem elektrischen Feld aufgeladen. Die influenzierte Ladung ist proportional zur elektrischen Feldstärke. Sie kann daher durch Variation der Elektronenspannung gesteuert oder geregelt werden.

5.3.1 Der Van de Graaff – Beschleuniger

Der Van de Graaff-Beschleuniger ist ein elektrostatischer Beschleuniger, der aus einem Bandgenerator und einem Beschleunigungsrohr besteht.

Die hohe Spannungsfestigkeit ist einer der wichtigsten Gütefaktoren des Van de Graaff-Beschleunigers. Um diese zu erreichen, sind bei allen elektrostatischen Anordnungen rund geformte hochpolierte Elektroden mit großen Radien notwendig. Alle Unebenheiten und Schmutzpartikel auf der Oberfläche können zu Gasentladungen führen.

Werden der Hochspannungsgenerator und das Beschleunigungsrohr in einem Drucktank mit speziellen Schutzgas untergebracht, kann die maximal mögliche Hochspannung erhöht werden. Bei modernen Van de Graaff-Beschleunigern verwendet man Drucktanks (bis zu 20 bar), da nach dem Paschen-Gesetz die maximal mögliche Spannung linear mit dem Gasdruck steigt. Als Schutzgas hat sich Schwefelhexafluorid (SF₆) oder eine Mischung aus Stickstoff und Kohlendioxid (80 % N₂ + 20 % CO₂) bewährt.

Messung und Stabilisierung der Terminalspannung

Die Stabilität der Spannung hängt letzten Endes von der Konstanz der elektrischen Ladung Q ab, mit der das Terminal aufgeladen wird. Daher ist es notwendig, die Ladungsverluste auf Grund von Strahlstrom und Koronaentladungsstrom durch die über das Band zugeführte Ladung zu kompensieren. Die Terminalspannung wird grob durch die auf das Band aufgesprühte Ladung eingestellt. Eine sehr feine Spannungsstabilisierung erreicht man durch eine geregelte Koronaentladung zwischen Terminal und Erde.

Als Messsignal verwendet man in einem entsprechend ausgelegten Regelkreis das Signal des sogenannten **Generating Voltmeters** (= Feldmühle). Dieses spezielle Voltmeter befindet sich auf

Erdpotential. Es registriert die zur Hochspannung U proportionale Feldstärke $|E|$ mit $|E| = \frac{U}{r_o}$.

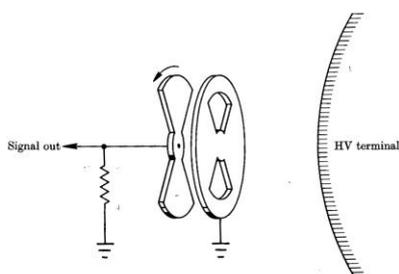


Abbildung 60: Generating Voltmeter

Auf einer rotierenden Elektrode wird durch Influenz eine periodische Aufladung Q erzeugt. Die resultierende Wechselspannung dient letztendlich als Messsignal für die Hochspannung U . Die relative Genauigkeit des Generating Voltmeters liegt bei $2 \times 10^{-4} - 5 \times 10^{-4}$. Die Langzeitstabilität hängt von der Konstanz der Geometrie ab.

In Hinblick auf die Spannungsfestigkeit ist das Beschleunigungsrohr ein besonders kritisches Element. Um eine möglichst hohe Spannungsfestigkeit zu erreichen, sollte der Spannungsabfall, d.h. die elektrische Feldstärke im Inneren des Beschleunigungsrohres möglichst gleichmäßig sein. Um dies zu erreichen, wird der Spannungsabfall auf viele Beschleunigungselektroden verteilt, die mit den äußeren Äquipotentialringen leitend verbunden sind. Eine Widerstandskette sorgt für einen gleichmäßigen Spannungsabfall zwischen den Elektroden. Das elektrische Feld im Inneren des Beschleunigerrohres ist dadurch näherungsweise homogen.

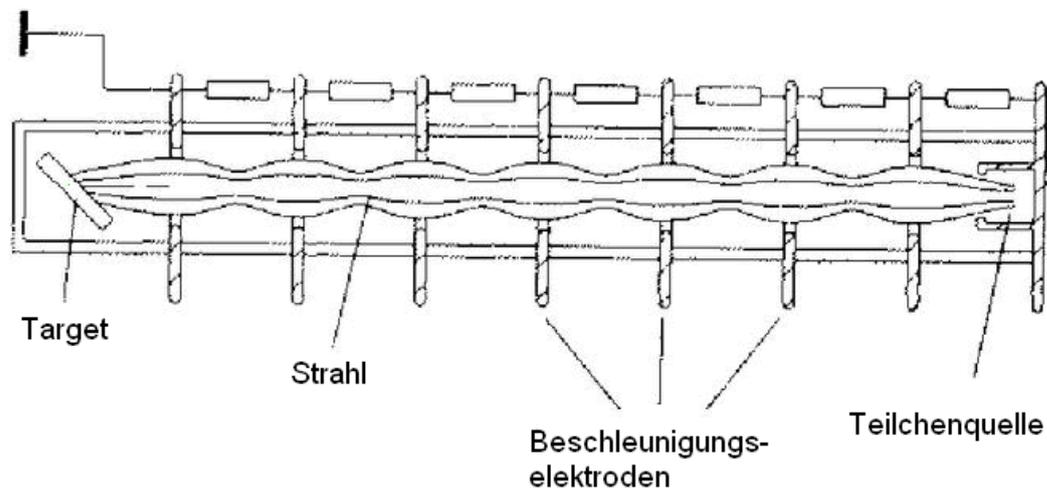


Abbildung 61: Beschleunigungsrohr eines Van de Graaff-Beschleunigers mit Widerstandskette und Zwischenelektroden (Spannungsteiler)²⁰

Die Elektroden haben runde, hochglanzpolierte Oberflächen, um Funkenentladungen möglichst zu verhindern. Um ein gutes Hochvakuum mit Drücken von weniger als 1×10^{-6} mbar zu erhalten, sind die Innendurchmesser der Elektroden relativ groß (~ 15 cm). Damit wird der Strömungswiderstand klein, man erzielt einen hohen Leitwert für das Abpumpen der Restgase. Außerdem muss das Vakuum frei von Öldämpfen sein. Daher verwendet man Öldiffusionspumpen mit Öldampfsperren, die an Kältemaschinen angeschlossen sind, oder Turbomolekularpumpen.

Ein weiterer wichtiger Gesichtspunkt ist die Unterdrückung von Sekundärelektronen, die durch Ionisierung des Restgases entstehen. Sekundärelektronen werden in entgegengesetzter Richtung zum positiven Ionenstrahl beschleunigt und haben daher besonders unangenehme Nebeneffekte:

- Sie tragen zur Erhöhung des gesamten elektrischen Stromes bei, d.h. zu einer erhöhten Belastung des Bandgenerators.
- Sekundärelektronen, die zum Terminal hin beschleunigt werden, erzeugen eine sehr intensive und harte Röntgenstrahlung (MV-Spannungen).
- Die Restgasionisation wird erhöht und die Spannungsfestigkeit verringert.

In modernen Van de Graaff-Beschleunigern werden daher Sekundärelektronen durch die Formgebung der Beschleunigungselektroden z. B. Schrägstellen („inclined field tube“) unterdrückt. Eine Alternative besteht in dem Einbau von kleinen Permanentmagneten, welche die bei der Entstehung noch sehr niederenergetischen Sekundärelektronen ablenken.

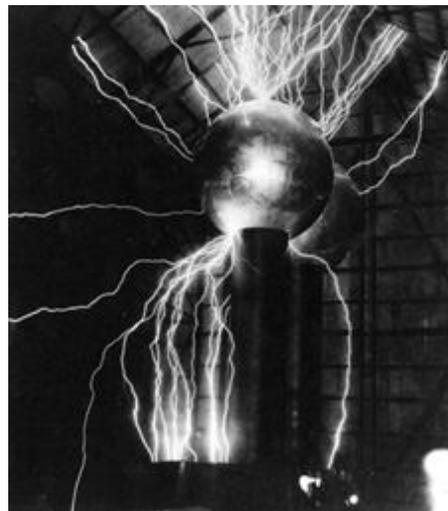


Abbildung 62: Einer der frühen Van de Graaff-Generatoren demonstriert von Robert J. Van de Graaff²¹

5.4 Der Tandem-Beschleuniger

Ausgehend von einer Ionenquelle, die positive Ionen emittiert, können diese Ionen innerhalb eines Beschleunigungsrohres in Richtung eines Targets am Ende des Vakuumrohres auf die doppelte Energie des HV-Terminals (Hochspannung) beschleunigt werden. Sie durchlaufen vorerst einen „electron adding“ - Kanal, worin jedem positiv geladenen Ion 2 Elektronen hinzugefügt werden. Das in Summe nun einfach negativ geladene Ion wird zum positiven HV-Terminal hin beschleunigt und passiert im Anschluss einen „gas stripping“ – Kanal, wo ein neutrales Gas den Ionen Elektronen entzieht, sodass positive Ionen in Richtung Target beschleunigt werden können. **Die Ionen am Target weisen die doppelte Energie bezüglich der korrespondierenden Anfangsspannung auf.**

Der Tandembeschleuniger zeichnet sich durch Targetenergien im Bereich von 12 – 20 MeV aus, wobei die Ionenquelle und das Target am selben Potential (Ground) gehalten werden können. Auf Grund der geringen Effizienz des „electron addings“ und des „electron stripings“ ist die Strahlintensität gering. Um dies zu vermeiden, können mehrere Tandembeschleuniger hintereinander geschaltet werden.

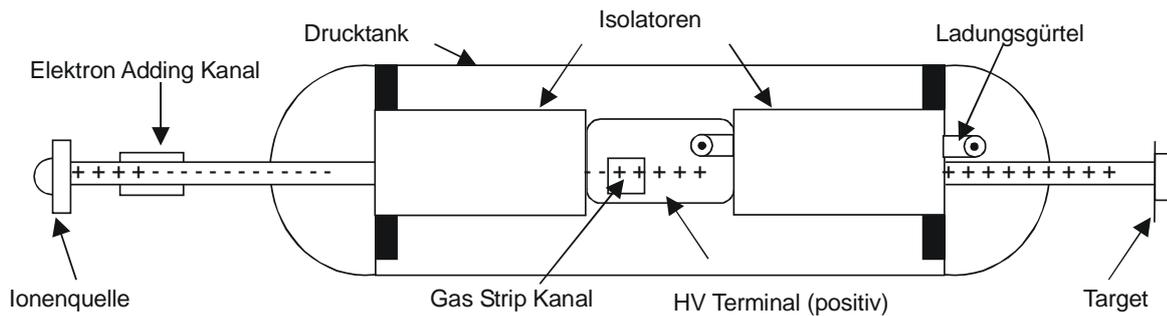


Abbildung 63: Schematische Abbildung eines Tandembeschleunigers nach Persico, Ferrari, Sergé

5.5 Die Rotormaschine (SAMÉS)

Das Band ist beim Van-de-Graaff-Generator jener Bauteil, welcher eine allgemein industrielle Anwendung begrenzt. Es bewirkt die geringe Stromergiebigkeit und hat eine begrenzte Lebensdauer. Aber nicht nur die geringe Lebensdauer des Bandes, die eine Frage des verwendeten Materials ist, sondern auch die geometrische Form ist nicht optimal, da es im Betrieb zum Schwingen und Flattern neigt, wodurch es zu Störungen in der Feldverteilung kommen kann. Als Lösung bietet sich eine rotierende Trommel an, die nicht zu Schwingungen neigt.

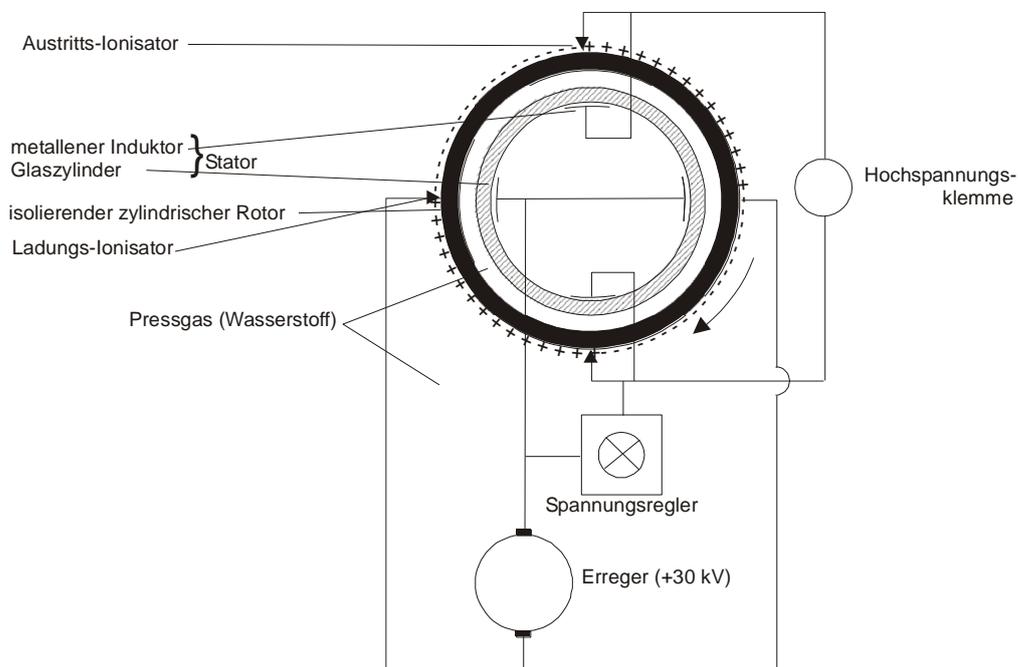


Abbildung 64: Rotormaschine nach Angaben der Firma SAMÉS

5.6 Beschleuniger und Isolierkernttransformator

Der Isolierkernttransformator ("insulating core transformer" = ICT) ist ein Hochspannungsgenerator, der sich zur Speisung von Beschleunigern eignet.

Bei einem Isolierkernttransformator handelt es sich im Prinzip um einen Dreiphasentransformator mit vielen Sekundärwindungen, die voneinander isoliert sind. Die in jeder Wicklung erzeugte Wechselspannung wird sofort in einer Spannungsverdopplerschaltung gleichgerichtet, die Selengleichrichter und Ladekondensatoren enthält und 30 kV Gleichspannung liefert. Die Einheiten sind aufeinander gestockt und hintereinander geschaltet, sodass bei n Sekundärwindungen eine Hochspannung von $n \times 30$ kV entsteht.

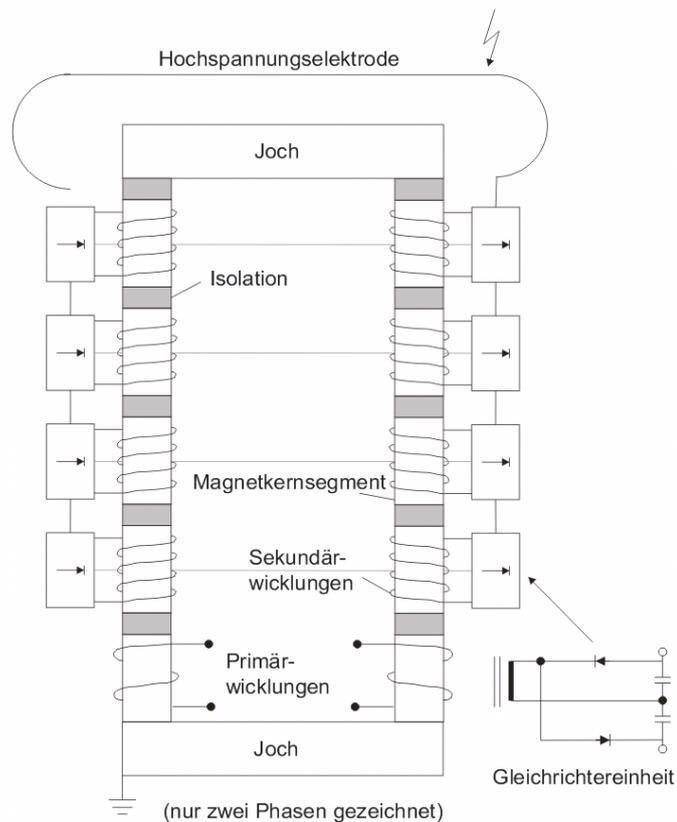


Abbildung 65: Isolierkernttransformator (nach Unterlagen der High Voltage Eng. corp., Burlington/Mass.)

Das Isolationsproblem wird dadurch gelöst, dass die Transformatorkerne in Scheiben geschnitten sind. Der zu jeder Sekundärwicklung gehörende Teil liegt auf dem Potential dieser Einheit und ist vom nächstfolgenden durch eine dünne Plastikscheibe isoliert. Drei solcher Säulen stehen erdseitig (Erdpotential) symmetrisch auf einem Verbindungsjoch, in dessen Nähe die Primärwindungen angebracht sind. Oben verbindet sie das zweite Joch, das auf Hochspannungspotential liegt und eine Elektrodenhaube trägt. Ein Hochohmwiderstand dient zur Kontrolle des Feldgradienten.

Der ICT wurde als Hochspannungsgenerator in verschiedenen Größen gebaut, von 100 kV, 1 A (100 kW) bis 1 MV, 10 mA (10 kW). Damit betriebene Elektronenbeschleuniger erreichen z. B. bei 500 kV Strahlströme von 20 mA.

Bei Anlagen mit mehr als 1 MV Beschleunigungsspannung liegen Beschleuniger und ICT jeweils in Druckgastanks, die miteinander verbunden sind. Solche 3 MeV-Elektronenbeschleuniger liefern 20 mA Strahlstrom, was einer Leistung von 60 kW entspricht.

Die Vorteile des ICT-Generators liegen in seinem hohen Nutzstrom und in seinem einfachen Aufbau.

5.7 Das Dynamitron

Der Dynamitron genannte Beschleuniger besitzt keinen elektrostatischen, sondern einen elektromagnetischen Hochspannungsgenerator, dessen Prinzip sich völlig von den üblichen Vervielfacherschaltungen mit Transformatoren, Gleichrichtern und Kondensatoren unterscheidet.

Aufbau und Wirkungsweise des Dynamitrons seien anhand der Abbildung erläutert:

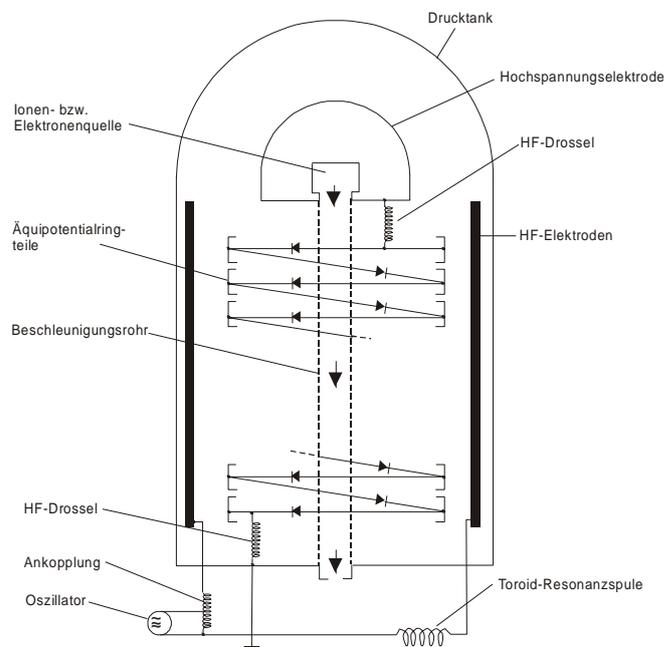


Abbildung 66: Dynamitron

Der Beschleuniger ist als Drucktankanlage ausgebildet. Die Generatorsäule enthält das senkrechtstehende Beschleunigungsrohr. Wie bei allen Drucktankanlagen ist sie aus Äquipotentialringen aufgebaut und trägt die Hochspannungselektrode, die in ihrem Inneren die Elektronen- oder Ionenquelle enthält.

Längs der Innenseite des Drucktanks erstrecken sich über die ganze Tankhöhe zwei isolierte Elektroden, die zusammen mit einer außenliegenden, großen, toroidförmigen Luftspule einen Resonanzkreis für die Frequenz von 300 kHz bilden. Dieser Schwingkreis erhält über eine Ankopplungsspule Energie aus einem Oszillator.

So entsteht im Inneren des Drucktanks zwischen den Elektroden ein starkes Hochfrequenzfeld. Isolierte Teile der zahlreichen Äquipotentialringe wirken nun als Antennen, in denen jeweils ein Hochfrequenzpotential induziert wird. Die Ringteile sind über Gleichrichter in Reihe geschaltet. Es entsteht eine Gleichrichterreihe. Die einzelnen Teilgleichspannungen addieren sich zu einer sehr hohen Gesamtspannung. Die Gleichrichterreihe ist über Hochfrequenz-Sperrdrosseln einerseits an die Erde, andererseits an die Hochspannungselektrode angeschlossen.

Als Gleichrichter dienen Vakuumdioden. Die benötigte Heizleistung wird über separate kleine Antennen und Heiztransformatoren dem Hochfrequenzfeld entnommen.

Als Druckgas wird das Dielektrikum Schwefelhexafluorid verwendet, welches zusätzlich zur Hochspannungsisolation verwendet wird.

Es kann auf Lade- und Glättungskondensatoren verzichtet werden. Die gespeicherte Ladungsenergie ist nicht größer als bei den elektrostatischen Maschinen, allerdings zeichnet sich das Dynamitron durch die große Generatorstromstärke aus.

5.8 Das Rhodotron

Elektronen werden ausgehend von einer Elektronen-Gun in einen doppelten Hohlzylinder eingeschossen, in dem das elektrische Feld so angeordnet ist, dass die Elektronen zur Zentralachse beider Zylinder beschleunigt werden. Am inneren Zylinder können die beschleunigten Elektronen durch Öffnungen in der Zylinderwand durchtreten. Danach wird die Richtung des Beschleunigungsfeldes geändert, was zu einer Beschleunigung der Elektronen zu den äußeren Kavitäten hin führt. Unter Zuhilfenahme eines Umlenkmagneten werden die Elektronen wieder in die Zylinderstruktur zurückgeführt und in Richtung Zylinderachse beschleunigt.

Um Elektronen auf eine Energie von etwa 10 MeV zu beschleunigen, werden bei großen Rhodotrons 10 Durchgänge, bei kleineren Modellen 12 Durchgänge durch die Kavitäten benötigt.

Die rosettenförmige Durchführung der Elektronen durch die Zylinder gab Anlass zur Namensgebung (Rhodon = griechisch für Rose).

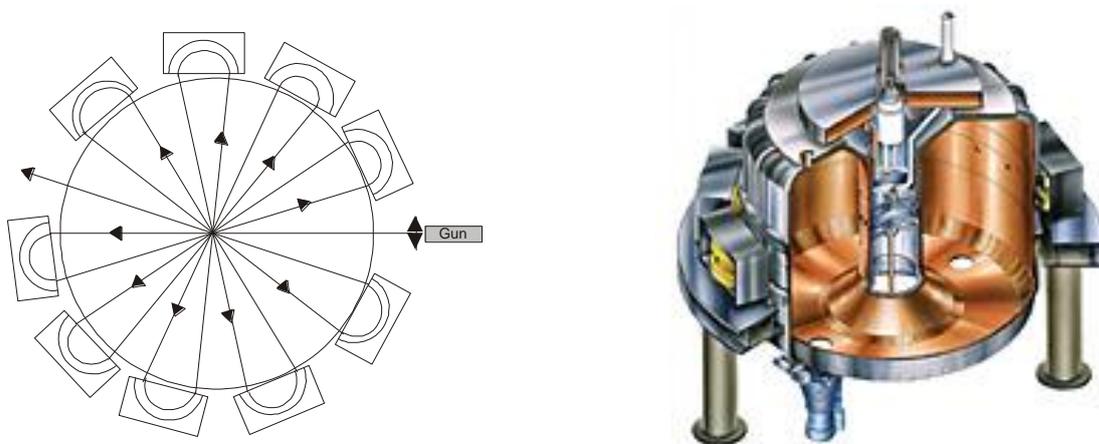


Abbildung 67: Prinzip des Rhodotrons und schematische Darstellung²²

Rhodotrone finden Verwendung bei der

- Sterilisation von Medizinprodukten
- Entkeimung von Lebensmittelverpackungen, Kosmetik- und Hygieneprodukten
- Behandlung von Kunststoffen zur Verbesserung der technologischen Eigenschaften
- Behandlung von Halbleitern

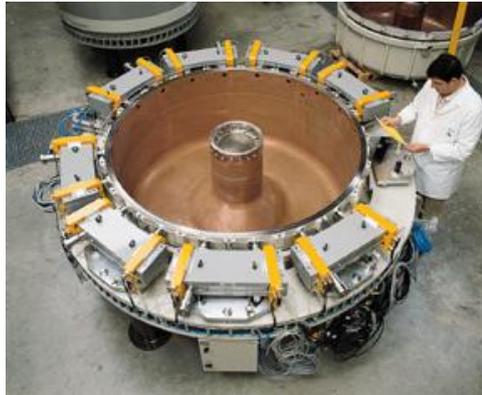


Abbildung 68: Rhodotron in Zusammenbau²³

5.9 Neutronengeneratoren

Kleine kompakte Beschleuniger, in denen Protonen und Deuteronen eine Energie von 100 bis 400 keV erreichen, werden von der Industrie in verschiedenster Bauart angeboten. Sie finden Anwendung bei Materialuntersuchungen und in der Neutronen- und Plasmaphysik. Meist dienen sie aber als Neutronengeneratoren.

Hierbei wird die Reaktion $T(d,n)^4\text{He}$ benutzt, die schon bei einer Deuteronenenergie von 110 keV das sehr hohe Maximum ihres Wirkungsquerschnittes hat. Schießt man Deuteronen dieser Energie auf ein Metalltarget, in dessen Oberfläche Tritium okkludiert ist, lässt sich leicht eine große Ausbeute von Neutronen hoher Energie (bis $10^{10}/\text{s}$, rund 14 MeV) und relativ geringer Energiebreite (etwa 2 %) erreichen. Zur optimalen Ausnützung dicker Targets empfiehlt sich eine höhere Beschleunigungsspannung, die den Vorteil bietet, auch die Reaktion $D(d,n)^3\text{He}$ als Neutronenquelle benützen zu können.

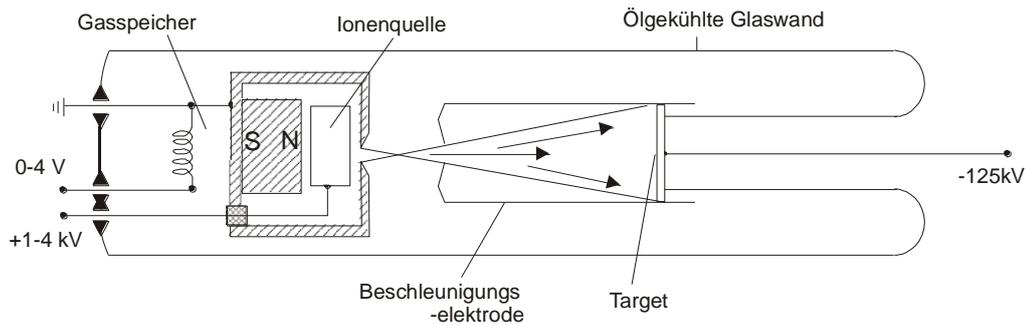


Abbildung 69: Neutronenröhre nach O. Reifenschweiler

Im Ionenquellen- als auch im Beschleunigungsteil dieser Neutronenröhre herrscht derselbe Gasdruck von rund 10^{-3} Torr (1 Torr = 133,322 Pa). Bei diesem Druck arbeitet die hier verwendete Penning-Ionenquelle, welche auf Erdpotential liegt. Die zylinderförmige Beschleunigungselektrode, die an 120 – 200 kV negative Gleichspannung angeschlossen wird, steht dem Ionenquellenkanal in einer Entfernung gegenüber, die so klein ist, dass noch keine Gasentladungen zünden können und gerade so groß ist, dass keine Feldelektronenemission mehr stattfindet (rund 1 cm). Die Elektrode ist als Hohlzylinder ausgebildet und enthält im Inneren das Target. Dadurch gelingt es, eine größere Targetfläche auszunutzen und die Bildung von Sekundärelektronen zu verringern. Als Gasspeicher dient ein Zirkondraht, der mit einer Mischung von Deuterium und Tritium (1:1) beladen ist. Durch regelbares Aufheizen dieses Speichers kann der Gasdruck im Rohr eingestellt werden. Dieses Target nennt man „Selbsttarget“. In einer 1 μm dicken Titanschicht lagern sich die eingeschossenen Tritionen und Deuteronen ein. Nach einer Sättigungszeit wirkt der Tritiumanteil im Titan als Target für den Deuteronenanteil im Strahl und umgekehrt. Die $D(d,n)^3\text{He}$ -Reaktion hat bei dieser Teilchenenergie noch keine merkliche Ausbeute. Das Target füllt sich also selbstständig dauernd auf und begrenzt die Lebensdauer der Röhre nicht. Die Neutronenausbeute beträgt bei kontinuierlichem Betrieb 10^8 bis $10^9/\text{s}$ (100 μA Ionenstrom), bei gepulstem Betrieb bis $10^{10}/\text{sec}$ pro Puls.

6 Linearbeschleuniger

6.1 Der Elektronen-LINAC

6.1.1 Elementare Grundlagen der Wellenausbreitung

Für die folgenden Punkte zum LINAC werden wir einen Formalismus einführen, der allgemein für das Beschreiben von Wellenausbreitungen verwendet wird. Es handelt sich hierbei um die Größe $F(z,t)$, welche sich ohne Abschwächung auf der positiven Richtung der z-Achse ausbreitet und folgendem Gesetz gehorcht:

$$F(z,t) = F_0 \cos(kz - \omega t) \quad \text{Gleichung 6-1}$$

F_0 , k , ω sind positive Konstanten, wobei F_0 ...Amplitude, k ...Wellenzahl, ω ... Kreisfrequenz

Wenn λ die Wellenlänge und ν die Frequenz der Welle ist, dann gilt:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \text{und} \quad \omega = 2\pi\nu$$

Die Phasengeschwindigkeit v_p der Welle ist definiert als:

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \lambda\nu \quad \text{Gleichung 6-2}$$

Ein Beobachter der sich mit der Geschwindigkeit v_p entlang der z-Achse fortbewegt, sieht keine Veränderung in der Größe F bzw. im Argument $(kz - \omega t)$.

$$F(z,t) = F_0 \cos(kz - \omega t) \quad \text{Gleichung 6-1}$$

kann immer in folgender Form angeschrieben werden

$$F = \text{Re} \left[F_0 e^{i(kz - \omega t)} \right] \quad \text{Gleichung 6-3}$$

Falls F nur in linearen Operationen (z. B.: Differentiation, Integration) verwendet wird, kann zuerst die Operation ausgeführt werden, anschließend vom Ergebnis der Realteil bestimmt werden. Aus diesem Grund kann man daher schreiben:

$$F = F_0 e^{i(kz - \omega t)} \quad \text{Gleichung 6-4}$$

Dadurch kann man den Exponenten leichter verarbeiten, besonders dann, wenn man es mit der Überlagerung unterschiedlicher Wellen zu tun hat, d.h. verschiedene Wellenlängen, Frequenzen und Geschwindigkeiten.

Weiters kann man die Größe $F(z,t)$ immer in der Form

$$F(z,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} A(\omega) e^{i(kz - \omega t)} d\omega \quad \text{Gleichung 6-5}$$

anschreiben.

In dieser Gleichung wird k als Funktion von ω , d.h. $k = k(\omega)$ (Dispersionsrelation) bezeichnet. $A(\omega)$ ist die Amplitude der Welle mit der Kreisfrequenz ω und der Wellenzahl $k(\omega)$. In der vorherigen Gleichung können auch negative Werte von ω auftreten, da sich die Wellen in die negative Richtung der z-Achse ausbreiten können. Für diesen Fall hat

$$F = F_0 e^{i(kz - \omega t)} \quad \text{Gleichung 6-4}$$

folgende Form:

$$F = F_0 e^{i(kz + |\omega|t)} \quad \text{Gleichung 6-6}$$

Da die meisten Systeme bezüglich ihrer Ausbreitungsrichtung symmetrisch sind gilt:

$$k(\omega) = k(-\omega)$$

Eine charakteristische Geschwindigkeit ist die Gruppengeschwindigkeit v_g . Sie ist definiert als

$$v_g(\omega) = \left(\frac{d\omega}{dk} \right) \quad \text{Gleichung 6-7}$$

und repräsentiert die Geschwindigkeit des Zentrums eines Wellenpaketes. Die Gruppengeschwindigkeit gibt gleichzeitig die Geschwindigkeit der Energieausbreitung eines physikalischen Wellenpaketes an.

Um die Gleichung zu vereinfachen, wird der Exponentialfaktor $\exp(-i\omega t)$ häufig nicht angeschrieben. Daraus folgt, dass eine Wanderwelle durch den ortsabhängigen Teil $\exp(ikz)$ beschrieben werden kann. Das Vorzeichen von k gibt die Richtung der Ausbreitung an.

6.1.2 Bedingungen für die Ausbreitung einer Wanderwelle

Folgende zwei Bedingungen müssen erfüllt sein:

- Das elektrische Feld muss eine axiale Komponente in die Fortpflanzungsrichtung (z) der Welle haben.
- E_z muss immer das gleiche Vorzeichen wie das zu beschleunigende Teilchen haben.

Die erste Bedingung impliziert, dass nur TM-Wellen (Transversal Magnetic) für Teilchenbeschleuniger geeignet sind. Die zweite Bedingung besagt, dass die Phasengeschwindigkeit der Welle und die Geschwindigkeit des Teilchens ungefähr gleich (nicht streng im mathematischen Sinne) sein sollten.

$$v_p \approx v_T$$

Wenn $\varphi = \omega t - kz$ die Phase der Welle ist, dann ist die Kreisfrequenz ω - von einem stationären

Beobachter aus gesehen ($z = \text{const}$) - gegeben als $\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \omega$. Wenn sich jedoch der Beobachter mit

der Geschwindigkeit v bewegt, ist die Kreisfrequenz: $\omega' = \frac{d\varphi}{dt'} = \frac{\omega dt}{dt'} - k \frac{dz}{dt'} = (\omega - kv) \frac{dt}{dt'}$

t' ist die Zeit gemessen im Bezugssystem des Beobachters. Da $\frac{dt}{dt'} = \left(1 - \beta^2\right)^{-\frac{1}{2}} = \gamma$ und unter Verwendung von

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \lambda v \quad \text{Gleichung 6-2}$$

finden wir, dass

$$\omega' = \omega \gamma \left(1 - \frac{v}{v_p}\right) \quad \text{Gleichung 6-8}$$

ist; dies wird als Doppler-Effekt bezeichnet. Daraus folgt, wenn $v = v_p$ "sieht" das Teilchen das Beschleunigungsfeld mit einer konstanten Phase, d.h., das Feld oszilliert nicht ($\omega' = 0$).

Wenn jedoch v ein wenig von v_p abweicht, sieht das Teilchen ein Feld, das mit der hohen Frequenz ω' in der Größenordnung von $\gamma\omega$ oszilliert. In diesem Fall wäre die durchschnittliche Beschleunigung sehr klein.

Die Bedingung lautet, dass $\omega' \ll \omega$, woraus sich aus der vorherigen Gleichung folgender Zusammenhang ergibt:

$$v \cong v_p \quad \text{Gleichung 6-9}$$

Diese Bedingung bezeichnet man als „**matching condition**“.

Aus den Gesetzen der Relativitätstheorie und aus der matching condition folgt, dass $v \leq c$ ist. Eine elektromagnetische Welle, die ein Teilchen konstant beschleunigt, muss daher folgende Bedingung erfüllen:

$$v_p \leq c \quad \text{Gleichung 6-10}$$

In den folgenden Abschnitten wird gezeigt, dass es spezielle metallische Strukturen gibt, welche die Ausbreitung von elektrischen Feldern erlauben, die nicht nur eine von Null verschiedene axiale Komponente, sondern auch eine Phasengeschwindigkeit kleiner oder gleich der Lichtgeschwindigkeit aufweisen.

6.1.3 Teilchenbewegung im Elektronen-LINAC: die Einfang-Bedingung „capture condition“

Das Verhalten des elektrischen Feldes für die Beschleunigung von Teilchen ist meistens sehr kompliziert. Das Problem kann jedoch vereinfacht werden, indem man sich ein Sollteilchen vorstellt, das ein konstantes Feld sieht. Die Ruhemasse des Teilchens sei m , die Ladung sei $\pm e$ und die

Geschwindigkeit $\beta = \frac{v}{c}$. E_z sei die Größe des in z-Richtung beschleunigenden Feldes.

Dann ist die relativistische Bewegungsgleichung gegeben als

$$\frac{dP}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{mc}{\sqrt{1-\beta^2}} \beta \right) = eE_z \quad \text{Gleichung 6-11}$$

Wenn E_z konstant ist, kann diese Gleichung integriert und wie folgt angeschrieben werden:

$$\frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{\beta_0}{\sqrt{1-\beta_0^2}} = \frac{eE_z}{mc} t \quad \text{Gleichung 6-12}$$

(wenn $t=0$ dann gilt $\beta = \beta_0$).

$$\frac{dP}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{mc}{\sqrt{1-\beta^2}} \beta \right) = eE_z \quad \text{Gleichung 6-11}$$

wird außerdem verwendet, um die sogenannte „capture condition“ herzuleiten, welche von großer Bedeutung beim Entwurf und Bau von Elektronen-LINACs ist.

In jedem Punkt muss $v \cong v_p$ erfüllt sein („matching condition“). Da in einem Elektronen-Linearbeschleuniger die Geschwindigkeit $v \cong c$ ist, ist es notwendig ein Wellenpaket zu erzeugen, welches eine konstante Phasengeschwindigkeit hat, die annähernd der Lichtgeschwindigkeit entspricht.

Bei der Injektion und während des ersten Teils der Beschleunigung ist die Teilchengeschwindigkeit $v_T < c$. Anstatt die Phasengeschwindigkeit im ersten Teil der Beschleunigung zu modulieren, injiziert man die Teilchen direkt in eine Wanderwelle mit der Phasengeschwindigkeit c . Nun muss das beschleunigende Feld eine bestimmte Bedingung erfüllen („capture condition“), damit das Teilchen dennoch „mitgenommen“ wird.

Dazu muss man annehmen, dass das elektrische Feld E_z in Richtung der Ausbreitung wirkt und eine sinusförmige Form und die Amplitude E_{z0} besitzt. Wenn E_z das vom Teilchen aus "gesehene" Feld ist, kann der Phasenwinkel zwischen Welle und Teilchen beschrieben werden durch:

$$E_z = E_{z0} \sin \varphi \quad \text{Gleichung 6-13}$$

Wenn v die Teilchengeschwindigkeit ist, dann gilt für die Wegdifferenz zwischen Wanderwelle und Teilchen in der Zeit dt :

$$dl = (c - v)dt \quad \text{Gleichung 6-14}$$

Diese Wegdifferenz kann auch durch die Phasendifferenz $d\varphi$ ausgedrückt werden:

$$dl = \frac{\lambda_g}{2\pi} d\varphi \quad \text{Gleichung 6-15}$$

$\lambda_g = \frac{2\pi}{k_g}$ ist die Wellenlänge im Inneren des Leiters.

Aus

$$dl = (c - v)dt \quad \text{Gleichung 6-14}$$

und
$$dl = \frac{\lambda_g}{2\pi} d\varphi$$
 Gleichung 6-15

mit $v = \beta c$ erhält man:

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{2\pi c}{\lambda_g} (1 - \beta)$$
 Gleichung 6-16

Diese Gleichung gibt die Beziehung zwischen der Änderung der Phase und der auf c normierten Geschwindigkeit des Teilchens an.

Wenn man in die Bewegungsgleichung

$$\frac{dP}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{mc}{\sqrt{1 - \beta^2}} \beta \right) = eE_z$$
 Gleichung 6-11

für E_z

$$E_z = E_{z0} \sin \varphi$$
 Gleichung 6-13

einsetzt, erhält man

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\beta}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right) = \frac{eE_{z0}}{mc} \sin \varphi$$
 Gleichung 6-17

Wir substituieren

$$\beta = \cos \alpha$$
 Gleichung 6-18

und erhalten durch Einsetzen und Differenzieren

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\cos \alpha}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}} \right) = \frac{d}{dt} \left(\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \right) = -\frac{1}{\sin^2 \alpha} \frac{d\alpha}{dt}$$

und damit folgt:

$$\frac{d\alpha}{dt} = -\frac{eE_{z0}}{mc} \sin \varphi \sin^2 \alpha$$
 Gleichung 6-19

Wenn man nun

$$\beta = \cos \alpha$$
 Gleichung 6-18

in

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{2\pi c}{\lambda_g} (1 - \beta)$$
 Gleichung 6-16

einsetzt und $\frac{d\varphi}{dt} = \frac{d\varphi}{d\alpha} \frac{d\alpha}{dt}$ annimmt,

anschließend für $\frac{d\alpha}{dt}$

$$\frac{d\alpha}{dt} = -\frac{eE_{z0}}{mc} \sin \varphi \sin^2 \alpha \quad \text{Gleichung 6-19}$$

verwendet, erhält man

$$-\sin \varphi d\varphi = \frac{2\pi mc^2}{\lambda_g eE_{z0}} \frac{1 - \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} d\alpha \quad \text{Gleichung 6-20}$$

Integriert man diese Gleichung von t bis $t = 0$ ($\varphi = \varphi_0, \alpha = \alpha_0$, bei $t = 0$) ergibt sich durch geeignete Substitution die Gleichung

$$\cos \varphi - \cos \varphi_0 = \frac{2\pi mc^2}{\lambda_g eE_{z0}} \left[\tan \frac{\alpha}{2} - \tan \frac{\alpha_0}{2} \right] \quad \text{Gleichung 6-21}$$

Wenn man berücksichtigt, dass

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \left(\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha} \right)^{1/2} = \left(\frac{1 - \beta}{1 + \beta} \right)^{1/2} \quad \text{Gleichung 6-22}$$

und weiters, dass zurzeit t das Teilchen bereits ultrarelativistisch ist $\beta \approx 1$

erhält man aus den letzten beiden Gleichungen

$$\cos \varphi_0 - \cos \varphi = \frac{2\pi mc^2}{\lambda_g eE_{z0}} \left(\frac{1 - \beta_0}{1 + \beta_0} \right)^{1/2} \quad \text{Gleichung 6-23}$$

Da die linke Seite dieser Gleichung nicht größer als 2 sein kann, ergibt sich:

$$E_{z0} \geq \frac{\pi mc^2}{\lambda_g e} \left(\frac{1 - \beta_0}{1 + \beta_0} \right)^{1/2} \quad \text{„capture condition“} \quad \text{Gleichung 6-24}$$

E_{z0} ..Amplitude des Feldes

β_0 ...Einschussgeschwindigkeit

Die „capture condition“ muss erfüllt sein, damit es möglich ist, die injizierten Teilchen, deren Geschwindigkeit kleiner als die Phasengeschwindigkeit ist ($v < v_p$), zu beschleunigen.

Um optimale Werte für β_0 und λ_g in der Praxis zu erhalten, reichen geringe Injektionsenergien.

Beispiel: $\lambda_g = 10$ cm und die Injektionsenergie $T_1 = 150$ keV, $\beta_0 = 0,63$

Aus

$$E_{z0} \geq \frac{\pi mc^2}{\lambda_g e} \left(\frac{1 - \beta_0}{1 + \beta_0} \right)^{1/2} \quad \text{„capture condition“} \quad \text{Gleichung 6-24}$$

folgt $E_{z0} \geq 7,6 \cdot 10^6 \text{ V/m}$.

Das heißt, es ist möglich, mit Injektionsenergien von 100 – 200 keV, Elektronen- und Positronen-LINACs zu bauen, in welchen die Phasengeschwindigkeit schon in den ersten Abschnitten des Beschleunigers konstant ist.

6.1.4 Die relativistische Kontraktion im Elektronen-LINAC und die transversale Instabilität

Es gibt im LINAC eine transversale Instabilität, die jedoch für ultrarelativistische Teilchen unbedeutend wird. Besonders wird die Lorentzkontraktion berücksichtigt, durch die sich die Gesamtlänge des LINACs aus der Sicht des Elektrons verkleinert.

Wenn dz ein Wegelement des Elektrons im Laborsystem und dz' das Wegelement des Elektrons im Teilchensystem ist, ergibt sich nach der Relativitätstheorie im Teilchensystem:

$$dz' = dz \sqrt{1 - \beta^2} \quad \text{Gleichung 6-25}$$

Aus $E = E_0 + T = m_0 c^2 \gamma$ folgt:

$$\gamma = \frac{E}{E_0} \quad \text{Gleichung 6-26}$$

Setzt man dies in

$$dz' = dz \sqrt{1 - \beta^2} \quad \text{Gleichung 6-25}$$

ein, erhält man:

$$dz' = \frac{E_0}{E} dz \quad \text{Gleichung 6-27}$$

Andererseits hängt die Energie des Teilchens mit dem Weg z , den das Teilchen zurücklegt, folgendermaßen zusammen (unter der Annahme $E_z = \text{const}$)

$$E = E_i + eE_z z \quad \text{Gleichung 6-28}$$

mit $E_i = E_0 + T_0$

E_i ... Einschussenergie

T_0 ... kinetische Einschussenergie

Wenn man die letzte in die vorletzte Gleichung einsetzt und anschließend über die gesamte Länge des LINACs integriert, erhält man die Länge L'

$$L' = \int_0^L \frac{E_0 dz}{E_i + eE_z z} = \frac{E_0}{eE_z} \ln \frac{E_f}{E_i} \quad \text{Gleichung 6-29}$$

mit $E_f = E_i + eE_z L$... totale Energie am Ende des Beschleunigungsvorganges.

Für $T_0 \ll E_0$ vereinfacht sich die Berechnung zu

$$L' = L \frac{E_0}{T_f} \ln \left(1 + \frac{T_f}{E_0} \right) \quad \text{Gleichung 6-30}$$

wobei $T_f = eE_z L$...kinetische Energie am Ende des Beschleunigungsvorganges.

Daraus erkennt man, dass die Länge L' im Teilchensystem viel kleiner als die wahre Länge L im Laborsystem ist.

Beispiel: Für eine Maschine mit der Länge $L = 100\text{m}$, die Elektronen bis 1 GeV beschleunigt, folgt eine Länge L' von 39 cm.

In erster Näherung kann gezeigt werden, dass praktisch kein radiales elektrisches Feld im Laborsystem eines ultrarelativistischen Elektrons auftritt. Daher hängt die vertikale Instabilität nur von den Einschussbedingungen ab.

Wenn r die radiale Distanz im Teilchensystem und daher auch im Laborsystem ist (Ausbreitung nur in z-Richtung), ergibt sich nach der Entwicklung in eine Taylorreihe

$$r \cong r_i + \left(\frac{dr}{dz'} \right)_i z' \leq r_i + \left(\frac{dr}{dz'} \right)_i L' \quad \text{Gleichung 6-31}$$

Der Index i bezieht sich auf die jeweiligen Einschussbedingungen.

Beispiel: Wenn der Strahldurchmesser $< 2\text{ cm}$ ist (mit $r_i=0$), kann man eine Anfangsabweichung von $1,5^\circ$ tolerieren.

Am Anfang der Beschleunigung sind die Elektronen jedoch noch nicht ultrarelativistisch und die defokussierende Kraft ist nicht vernachlässigbar. In der Praxis wird daher ein gut kollimierter Strahl in den LINAC eingeschossen. Anschließend wird der Strahl magnetisch fokussiert.

6.1.5 Elemente der Wellenleitertheorie

Die einfachste Form eines Wellenleiters ist eine zylindrische Metallröhre, die mit einem homogenen Dielektrikum (z.B.: Luft, Vakuum) gefüllt ist. Diese Konstruktion nennt man einen homogenen Wellenleiter. Homogene Wellenleiter sind jedoch nicht für Linearbeschleuniger geeignet.

Komplexere Wellenleiter werden „loaded waveguides“ genannt. Diese Wellenleiter werden bei Hochfrequenzgeneratoren und für Linearbeschleuniger verwendet. Die einfachste Form dieser Wellenleiter ist ein lochscheibenartiger zylindrischer Hohlleiter, auch „iris“ genannt (Runzelröhre).

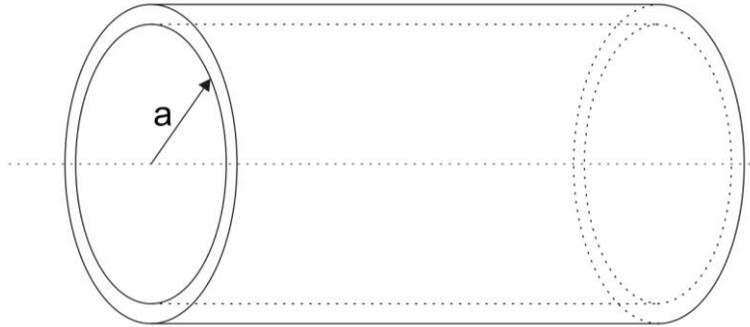


Abbildung 70: homogener Wellenleiter

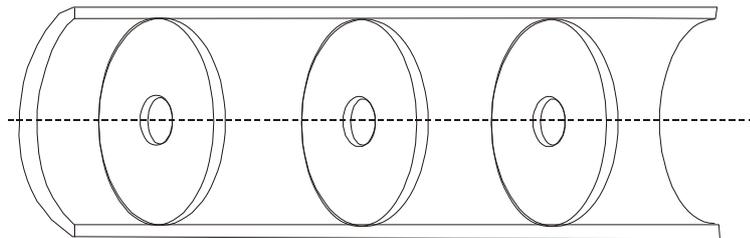


Abbildung 71: iris-loaded waveguide

Zuerst werden wir die Theorie der homogenen zylindrischen Wellenleiter mit dem Radius a diskutieren.

Für ein perfektes homogenes Dielektrikum mit der dielektrischen Konstanten ϵ und der magnetischen Permeabilität μ gelten die Maxwell'schen Gleichungen (ϵ und μ seien konstant):

$$\operatorname{div} \vec{E} = 0$$

$$\operatorname{div} \vec{H} = 0$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad \text{Gleichung 6-32}$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Im Vakuum:

$$\epsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c^2} \quad \text{Gleichung 6-33}$$

Weiters gilt in der Vektorrechnung

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{A} = \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{A} - \nabla^2 \vec{A} \quad \text{Gleichung 6-34}$$

wobei $\nabla^2 \vec{A} = \Delta \vec{A}$.

Der Operator Δ ist definiert als

$$\Delta = \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad \text{Gleichung 6-35}$$

Auf diesem Weg kann man entweder H oder E aus den Maxwell'schen Gleichungen eliminieren und erhält somit die Wellengleichungen

$$\Delta \bar{E} = \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial t^2} \quad \text{Gleichung 6-36}$$

und

$$\Delta \bar{H} = \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \bar{H}}{\partial t^2} \quad \text{Gleichung 6-37}$$

In Zylinderkoordinaten (r, θ, z) kann gezeigt werden (siehe auch Anhang), dass die z-Komponenten von

$$\Delta \bar{E}_z = \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \bar{E}_z}{\partial t^2} \quad \text{Gleichung 6-36}$$

und

$$\Delta \bar{H}_z = \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \bar{H}_z}{\partial t^2} \quad \text{Gleichung 6-37}$$

die gleiche Form haben:

$$\Delta E_z = \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) E_z = \varepsilon \mu \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} \quad \text{Gleichung 6-38}$$

(genauso für H_z), jedoch stimmt es nicht für die r und θ Komponenten.

Gesucht werden Lösungen der Form

$$\bar{E} = \bar{E}(r, \theta) e^{i(\omega t - k_g z)} \quad \text{Gleichung 6-39}$$

k_g ... Wellenzahl im Hohlleiter, Ausbreitungskonstante, reell oder komplex

Mit dem Ansatz $\bar{E} = \bar{E}(r, \theta) e^{i(\omega t - k_g z)}$ ergibt sich daher

$$\Delta E_z = \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) E_z = \varepsilon \mu \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} \quad \text{Gleichung 6-38}$$

zu

$$\Delta E_z = -k^2 E_z \quad \text{Gleichung 6-40}$$

k ist die Wellenzahl, wobei

$$k^2 = \omega^2 \varepsilon \mu \quad \text{Gleichung 6-41}$$

$$\Delta(r, \theta) = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \quad \text{Gleichung 6-42}$$

$\Delta(r, \theta)$ wird der transversale Teil des Operators Δ genannt:

Aus

$$\bar{E} = \bar{E}(r, \theta) e^{i(\omega t - k_g z)} \quad \text{Gleichung 6-39}$$

folgt weiters, dass

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} = -k_g^2 E_z \quad \text{Gleichung 6-43}$$

Damit kann die Gleichung $\Delta E_z = -k^2 E_z$ folgendermaßen angeschrieben werden:

$$\Delta(r, \theta) E_z = -k_c^2 E_z \quad \text{Gleichung 6-44}$$

mit

$$k_c^2 = k^2 - k_g^2 \quad \text{Gleichung 6-45}$$

Genauso - wenn \vec{H} die Form analog zum E -Ansatz hat - lautet die Gleichung für H_z

$$\nabla^2(r, \theta) H_z = -k_c^2 H_z \quad \text{Gleichung 6-46}$$

(genauso wie

$$\Delta(r, \theta) E_z = -k_c^2 E_z \quad \text{Gleichung 6-44}$$

aus

$$\Delta \vec{E} = \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad \text{Gleichung 6-36}$$

folgt)

Da wegen

$$\vec{E} = \vec{E}(r, \theta) e^{i(\omega t - k_g z)} \quad \text{Gleichung 6-39}$$

der Operator $\frac{\partial}{\partial z} = -ik_g$ ist und mit

$$k_c^2 = k^2 - k_g^2 \quad \text{Gleichung 6-45}$$

einen Zusammenhang zwischen transversalem und z-Anteil liefert, ergeben sich die nachfolgenden 4 Gleichungen für die r - und θ -Komponenten:

Die Wellengleichungen für E und H können in Zylinderkoordinaten gelöst werden. Mit

$\vec{E} = \vec{E}(r, \theta) e^{i(\omega t - k_g z)}$, $\Delta E_z = -k^2 E_z$ und $k_c^2 = k^2 - k_g^2$ ergibt sich:

$$\begin{aligned} E_r &= -\frac{1}{k_c^2} \left[ik_g \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{i\omega\mu}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \theta} \right] \\ E_\theta &= \frac{1}{k_c^2} \left[-\frac{ik_g}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \theta} + i\omega\mu \frac{\partial H_z}{\partial r} \right] \\ H_r &= \frac{1}{k_c^2} \left[\frac{i\omega\varepsilon}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \theta} - ik_g \frac{\partial H_z}{\partial r} \right] \\ H_\theta &= -\frac{1}{k_c^2} \left[i\omega\varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{ik_g}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \theta} \right] \end{aligned} \quad \text{Gleichung 6-47}$$

Falls wir die Lösungen E_z und H_z kennen, können wir die obigen Gleichungen zur Gewinnung der verbleibenden Komponenten von \vec{E} und \vec{H} verwenden. Aus diesen Gleichungen folgt, dass nicht gleichzeitig $E_z = 0$ und $H_z = 0$ gelten kann, da ansonsten $\vec{E} = \vec{H} = 0$ gilt. Daher müssen E_z und H_z von 0 verschieden sein müssen und als Summe zweier einfacher Lösungen dargestellt werden: Eine, die sogenannte „**Transversale Magnetische (TM) Mode**“ hat $H_z = 0$ und die andere, die sogenannte „**Transversale Elektrische (TE) Mode**“ hat $E_z = 0$. In einer TM-Mode ist das magnetische Feld normal zur Ausbreitungsrichtung z und in einer TE-Mode ist das elektrische Feld normal zur Ausbreitungsrichtung z . TE-Mode können jedoch nicht für Teilchenbeschleuniger verwendet werden, da die longitudinale Komponente des elektrischen Feldes 0 ist ($E_z = 0$).

Für eine TM-Mode ist

$$\nabla^2(r, \theta)H_z = -k_c^2 H_z \quad \text{Gleichung 6-46}$$

trivialer Weise erfüllt, da

$$H_z = 0 \quad \text{Gleichung 6-48}$$

Gesucht wird eine Lösung für

$$\Delta(r, \theta)E_z = -k_c^2 E_z \quad \text{Gleichung 6-44}$$

innerhalb eines zylindrischen Hohlleiters mit dem Radius a , unter der Voraussetzung, dass an der Wand ($r = a$) das elektrische Feld 0 ist (*siehe auch Anhang*). Weiters wird die Wand als idealer Leiter angenommen. Daher ist

$$E_z = E_\theta = 0 \text{ für } r = a \quad \text{Gleichung 6-49}$$

Die Lösungen für die E_z -Komponente können mittels des Separationsansatzes für Variablen gefunden werden.

Man setzt

$$E_z(r, \theta) = R(r)\Theta(\theta) \quad \text{Gleichung 6-50}$$

Dann setzt man diese Form von E_z in

$$\Delta(r, \theta)E_z = -k_c^2 E_z \quad \text{Gleichung 6-44}$$

mit der expliziten Form

$$\Delta(r, \theta) = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \quad \text{Gleichung 6-42}$$

von $\nabla^2(r, \theta)$ ein, multipliziert sie mit $r^2 \left(\frac{\Theta}{R} \right)$ und erhält:

$$\frac{R''}{R} r^2 + \frac{R'}{R} r + r^2 k_c^2 = -\frac{\Theta''}{\Theta} = n^2 \quad \text{Gleichung 6-51}$$

Da beide Seiten dieser Gleichung von unterschiedlichen Variablen abhängen, müssen beide gleich einer Konstante (hier: n^2) sein. Damit erhalten wir dann die 2 folgenden Differentialgleichungen:

$$R'' + \frac{R'}{r} + \left(k_c^2 - \frac{n^2}{r^2} \right) R = 0 \quad \text{Gleichung 6-52}$$

$$\Theta'' + n^2\Theta = 0 \quad \text{Gleichung 6-53}$$

Die allgemeine Lösung für obige Gleichung lautet

$$\Theta(\theta) = C \cos n\theta + D \sin n\theta \quad \text{Gleichung 6-54}$$

mit C, D sind beliebige Konstanten.

Da Θ eine periodische Funktion von θ , mit der Periode 2π , sein muss, muss n eine ganze Zahl sein. Für n existieren zwei unabhängige Lösungen der Differentialgleichung für R , die Besselfunktionen erster und zweiter Art, ($J_n(k_c r)$ und $N_n(k_c r)$). Die allgemeine Lösung der Gleichung ist eine Linearkombination aus diesen beiden Funktionen:

$$R(r) = AJ_n(k_c r) + BN_n(k_c r) \quad \text{Gleichung 6-55}$$

Die Funktion $N_n(k_c r)$ ist singularär für $r = 0$. Da wir verlangen, dass $R(r)$ regulär für $0 \leq r \leq a$ ist, muss $B = 0$ gelten. Daraus folgt, dass die Lösung der Gleichung eine Linearkombination aus folgenden Termen ist:

$$E_z = AJ_n(k_c r) \left[C \cos n\theta + D \sin n\theta \right] e^{i(\omega t - k_g z)} \quad \text{Gleichung 6-56}$$

mit $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

Wenn man nun die Voraussetzung

$$E_z = E_\theta = 0 \text{ für } r = a \quad \text{Gleichung 6-49}$$

berücksichtigt, ergibt sich:

$$J_n(k_c a) = 0 \quad \text{Gleichung 6-57}$$

Die Funktion $J_n(w)$ hat eine unendliche Zahl von Nulldurchgängen für den Argumentbereich null bis unendlich. Wenn man w_{nh} die h -te Nullstelle von J_n nennt, impliziert die Voraussetzung aus der voranstehenden Gleichung:

$$k_c a = w_{nh} \quad \text{Gleichung 6-58}$$

Der Index n beschreibt die azimutale Veränderung von E_z (und auch die Ordnung der Besselfunktionen) und der Index h ist ein Maßstab für die radiale Verteilung von E_z . Außerdem ist der Index h gleich der Anzahl der Nullstellen von E_z . Um die TM-Mode richtig zu spezifizieren, werden die Indizes h und n zu TM hinzugefügt: TM_{nh} .

Diese Bedingung hat einige wichtige Konsequenzen. Unter Verwendung von

$$k_c^2 = k^2 - k_g^2 \quad \text{Gleichung 6-45}$$

und

$$k^2 = \omega^2 \epsilon \mu \quad \text{Gleichung 6-41}$$

ergibt sich die Bedingung:

$$\frac{\omega^2}{c^2} - k_g^2 = \left(\frac{w_{nh}}{a} \right)^2 \text{ mit } \varepsilon\mu = \frac{1}{c^2} \quad \text{Gleichung 6-59}$$

Dies ist die **Dispersionsrelation** der TM_{nh} -Mode für einen Hohlzylinder mit Radius a , mit der Ausbreitungskonstanten k_g für eine bestimmtes ω und eine gegebene Mode.

Aus der Dispersionsrelation ist ersichtlich, dass wenn $k_g^2 \geq 0$:

$$\frac{\omega}{c} \geq \frac{w_{nh}}{a} \quad \text{Gleichung 6-60}$$

Falls diese Bedingung nicht erfüllt wird, wird $k_g^2 < 0$ und k_g imaginär, es erfolgt keine Ausbreitung und es kommt zu einem Abklingen der Welle.

Daher existiert eine Grenzfrequenz ω_c , die durch

$$\omega_c = \frac{c}{a} w_{nh} \quad \text{Gleichung 6-61}$$

gegeben ist, und eine Grenzwellenlänge λ_c , die durch folgende Gleichung gegeben ist:

$$\lambda_c = \frac{2\pi}{k_c} = 2\pi \frac{a}{w_{nh}} \quad \text{Gleichung 6-62}$$

Daraus folgt, dass sich Wellen mit $\omega > \omega_c$, $k > k_c$ und $\lambda < \lambda_c$ ohne Abschwächung ausbreiten können. Nun kann man die Ausbreitungskonstante k_g in der Form

$$k_g = k \left[1 - \left(\frac{\omega_c}{\omega} \right)^2 \right]^{1/2} = k \left[1 - \left(\frac{k_c}{k} \right)^2 \right]^{1/2} \quad \text{Gleichung 6-63}$$

und die Phasengeschwindigkeit v_p als

$$v_p = \frac{\omega}{k_g} = \frac{c}{\left[1 - \left(\frac{\omega_c}{\omega} \right)^2 \right]^{1/2}} = \frac{c}{\left[1 - \left(\frac{k_c}{k} \right)^2 \right]^{1/2}} \quad \text{Gleichung 6-64}$$

anschreiben.

Man erhält, wenn $\beta_p = \frac{v_p}{c}$,

$$k_c^2 = k^2 \left(1 - \frac{1}{\beta_p^2} \right) \quad \text{Gleichung 6-65}$$

Aus

$$v_p = \frac{\omega}{k_g} = \frac{c}{\left[1 - \left(\frac{\omega_c}{\omega} \right)^2 \right]^{1/2}} = \frac{c}{\left[1 - \left(\frac{k_c}{k} \right)^2 \right]^{1/2}} \quad \text{Gleichung 6-64}$$

und

$$k_c^2 = k^2 \left(1 - \frac{1}{\beta_p^2} \right)$$

Gleichung 6-65

ist ersichtlich, dass die Phasengeschwindigkeit immer größer als die Lichtgeschwindigkeit ist. Das ist der Grund, warum gleichförmige Wellenleiter nicht zum Beschleunigen von Teilchen verwendet werden können.

Die wichtigste und zugleich einfachste transversale Mode ist die TM_{01} -Mode. Sie hat keine azimutale Abhängigkeit und keine Nullstellen von $r = 0$ bis $r = a$. Da $w_{01} = 2,405...$ und daraus $k_c = \frac{2,405}{a}$

erhält man für die TM_{01} -Mode

$$\lambda_c = \frac{2\pi}{k_c} = 2,61 \times a \quad \text{Gleichung 6-66}$$

und

$$E_z = E_{z0} J_0 \left(2,405 \frac{r}{a} \right) e^{i\varphi} \quad \text{Gleichung 6-67}$$

E_{z0} ... Maximalwert (Amplitude) des Feldes in z-Richtung

φ ... Phasenwinkel

$$\varphi = \omega t - k_g z \quad \text{Gleichung 6-68}$$

Aus

$$\begin{aligned} E_r &= -\frac{1}{k_c^2} \left[ik_g \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{i\omega\mu}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \theta} \right] \\ E_\theta &= \frac{1}{k_c^2} \left[-\frac{ik_g}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \theta} + i\omega\mu \frac{\partial H_z}{\partial r} \right] \\ H_r &= \frac{1}{k_c^2} \left[\frac{i\omega\varepsilon}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \theta} - ik_g \frac{\partial H_z}{\partial r} \right] \\ H_\theta &= -\frac{1}{k_c^2} \left[i\omega\varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{ik_g}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \theta} \right] \end{aligned} \quad \text{Gleichung 6-47}$$

kann man nun die verbleibenden Komponenten des elektromagnetischen Feldes berechnen. Für die

TM_{01} -Mode gilt $\frac{\partial}{\partial \theta} = 0$ und daher $E_\theta = 0$, $H_r = 0$ und

$$E_r = -\frac{ik_g}{k_c^2} \frac{\partial E_z}{\partial r} = ik_g \frac{a}{2,405} E_{z0} J_1 \left(2,405 \frac{r}{a} \right) e^{i\varphi} \quad \text{Gleichung 6-69}$$

$$H_\theta = -\frac{i\omega\varepsilon_0}{k_c^2} \frac{\partial E_z}{\partial r} = i\omega\varepsilon_0 \frac{a}{2,405} E_{z0} J_1 \left(2,405 \frac{r}{a} \right) e^{i\varphi} \quad \text{Gleichung 6-70}$$

mit $\frac{\partial}{\partial r} J_0(r) = -J_1(r)$

Daraus folgt, dass die Kraftlinien des magnetischen Feldes Kreise sind mit $r = \text{const}$ und die Kraftlinien des elektrischen Feldes in den Ebenen mit $\theta = \text{const}$. liegen.

Wir suchen nun für Lösungen der Wellengleichung

$$\Delta \vec{E} = \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad \text{Gleichung 6-36,}$$

welche Wellen mit einer Phasengeschwindigkeit kleiner als der Lichtgeschwindigkeit repräsentiert ($\beta_p < 1$) werden. Dazu muss man die Bedingung

$$E_z = E_\theta = 0 \text{ für } r = a \quad \text{Gleichung 6-49}$$

aufgeben und neue Randbedingungen für $\beta_p < 1$ definieren.

In der vorhergehenden Diskussion haben wir $k_c^2 > 0$ in $k_c^2 = k^2 - k_g^2$ vorausgesetzt, wenn die oben

stehende Bedingung gilt. Jedoch aus der Gleichung $k_c^2 = k^2 \left(1 - \frac{1}{\beta_p^2} \right)$ ist ersichtlich, dass, wenn

$\beta_p < 1$, $k_c^2 < 0$ sein muss. Wenn k_c imaginär ist, liegt es nahe eine reelle Größe k_c' zu definieren

$$k_c' = -ik_c \quad \text{Gleichung 6-71}$$

In diesem Fall sind alle bisherigen Gleichungen gültig, man muss aber die Besselfunktionen mit einem Imaginären Argument betrachten (*siehe auch Anhang*).

Jetzt sind die Besselfunktionen mit einem imaginären Argument zu betrachten. Es ist üblich die modifizierten Besselfunktionen der ersten Art I_n , welche Funktionen einer reellen Variable x sind, zu verwenden:

$$J_n(ix) = i^n I_n(x) \quad \text{Gleichung 6-72}$$

Wenn man diese Definition auf die vorherigen Gleichungen

$$E_z = E_{z0} J_0 \left(2,405 \frac{r}{a} \right) e^{i\varphi} \quad \text{Gleichung 6-67}$$

$$E_r = -\frac{ik_g}{k_c^2} \frac{\partial E_z}{\partial r} = ik_g \frac{a}{2,405} E_{z0} J_1 \left(2,405 \frac{r}{a} \right) e^{i\varphi} \quad \text{Gleichung 6-69}$$

und

$$H_\theta = -\frac{i\omega\varepsilon_0}{k_c^2} \frac{\partial E_z}{\partial r} = i\omega\varepsilon_0 \frac{a}{2,405} E_{z0} J_1 \left(2,405 \frac{r}{a} \right) e^{i\varphi} \quad \text{Gleichung 6-70}$$

angewendet, kann man die Lösung in der folgenden Form anschreiben:

$$E_z = E_{z0} J_0(ik_c' r) e^{i\varphi} = E_{z0} I_0(k_c' r) e^{i\varphi} \quad \text{Gleichung 6-73}$$

$$E_r = \frac{k_g}{k_c'} E_{z0} J_1(ik_c' r) e^{i\varphi} = \frac{ik_g}{k_c'} E_{z0} I_1(k_c' r) e^{i\varphi} \quad \text{Gleichung 6-74}$$

$$H_\theta = \frac{\omega \varepsilon_0}{k_c'} E_{z0} J_1(ik_c' r) e^{i\varphi} = \frac{i\omega \varepsilon_0}{k_c'} E_{z0} I_1(k_c' r) e^{i\varphi} \quad \text{Gleichung 6-75}$$

mit $\varphi = \omega t - k_g z$

Die modifizierten Besselfunktionen der ersten Art steigen monoton mit dem Argument und verschwinden, wenn das Argument null ist. Es ist nachzuvollziehen, dass eine zylindrische leitende Oberfläche nicht für die Randbedingungen der drei Lösungen für E_z , E_r und H_θ geeignet ist, welche verlangen, dass E_z an der Begrenzung von Null verschieden sein muss.

Wenn man t und z aus den Gleichungen für E_z und H_θ eliminiert (d.h. bei diesen Gleichungen φ), indem man sie dividiert und $r = a$ setzt, erhält man die Relation

$$\left(\frac{E_z}{H_\theta} \right)_{r=a} = -i \frac{k_c'}{\omega \varepsilon_0} \frac{I_0(k_c' a)}{I_1(k_c' a)} \quad \text{Gleichung 6-76}$$

Aus dieser Gleichung kann man folgern, dass die hypothetische Begrenzung der Oberfläche passend für die Ausbreitung der Welle mit $\beta_p < 1$ ist (definiert durch die drei Gleichungen für E_z , E_r und H_θ).

Weiters soll die Oberfläche einen Blindwiderstand besitzen, wie man am imaginär werden der rechten Seite der Relation sehen kann. Wir werden später eine spezielle Struktur, den „iris-loaded waveguide“ (Runzelröhre) genauer betrachten, welche die Randbedingungen mit $\beta_p < 1$ realisiert. Eine ähnliche Bedingung kann aus den Gleichungen für E_z und E_r gewonnen werden.

Es sei hier noch angemerkt, dass aus der Eigenheit der modifizierten Besselfunktionen für kleine Argumente folgt, dass $I_0(z) \approx 1$ und $I_1(z) \approx \frac{z}{2}$ für $z \ll 1$. Wenn also k_c' klein ist, folgt dass

$k_c' a \ll 1$ ist. Damit erhalten wir

$$\left(\frac{E_r}{E_z} \right)_{r=a} = \frac{ik_g}{k_c'} \frac{I_1(k_c' a)}{I_0(k_c' a)} \cong \frac{ik_g a}{2} \cong \frac{ika}{2} \quad \text{Gleichung 6-77}$$

und erkennen, dass es möglich ist, den Betrag der Wandkomponente E_r , wesentlich kleiner zu halten als den von E_z , falls nur ka klein genug gemacht wird.

6.1.6 Intuitive Betrachtungen über „iris-loaded waveguides“: Das $\omega - k_g$ -Diagramm

Wir betrachten die Dispersionsrelation

$$\frac{\omega^2}{c^2} - k_g^2 = \left(\frac{w_{nh}}{a} \right)^2 \quad \text{mit } \varepsilon\mu = \frac{1}{c^2} \quad \text{Gleichung 6-59}$$

und ihre Repräsentation in der $\omega - k_g$ Ebene, welche eine Hyperbel ist, mit Asymptoten durch den Ursprung (siehe Abbildung 72):

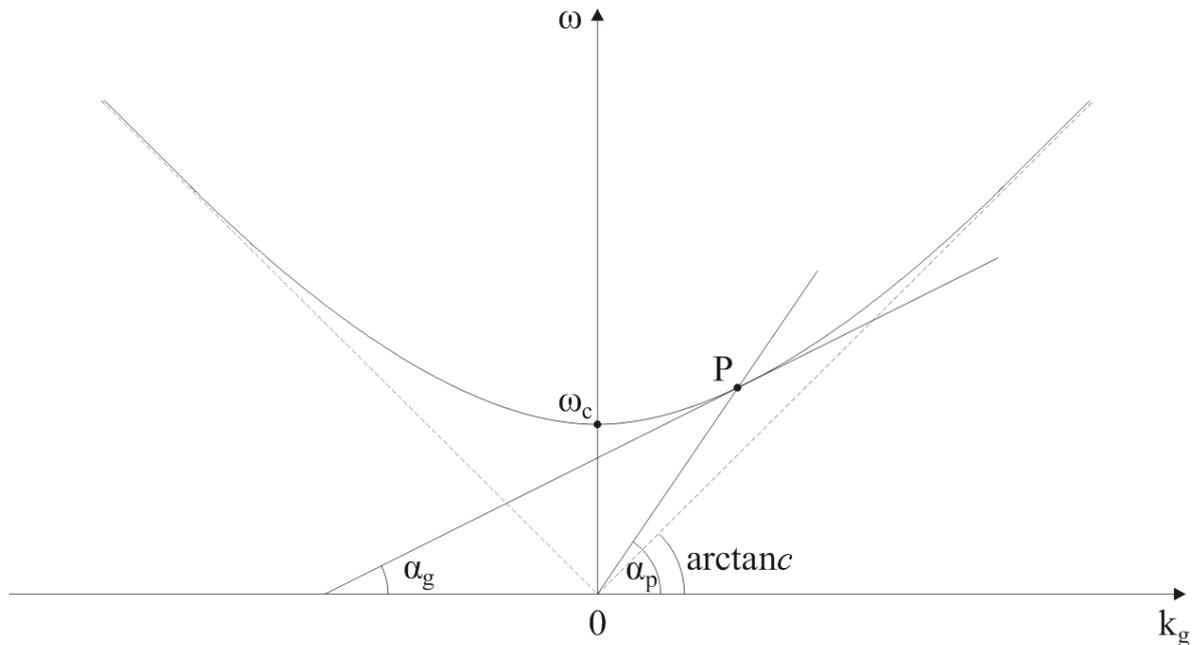


Abbildung 72: Das $\omega - k_g$ Diagramm eines gleichförmigen Wellenleiters.

Dann ist

$$\tan \alpha_g = \frac{d\omega}{dk_g} = v_g \quad \text{Gleichung 6-78}$$

$$\tan \alpha_p = \frac{\omega}{k_g} = v_p \quad \text{Gleichung 6-79}$$

mit v_g ...Gruppengeschwindigkeit und v_p ...Phasengeschwindigkeit

Wenn $\omega \rightarrow \infty$ dann ist $v_g = v_p = c$.

Aus der Abbildung ist auch ersichtlich, dass für ein begrenztes ω , $\tan \alpha_p > c$ und $\tan \alpha_g < c$ ist

Woraus folgt, dass

$$v_g < c < v_p \quad \text{Gleichung 6-80}$$

Es ist außerdem ersichtlich (aus

$$\frac{\omega^2}{c^2} - k_g^2 = \left(\frac{w_{nh}}{a} \right)^2 \text{ mit } \varepsilon\mu = \frac{1}{c^2} \quad \text{Gleichung 6-59}$$

und aus der Abbildung 72) dass unter $\omega_c = \frac{c w_{01}}{a}$ keine Ausbreitung möglich ist.

Betrachten wir nun einen „iris-loaded waveguide“ mit dem Radius b , der Radius einer Lochblende sei a , der Abstand zwischen den Lochblenden sei d .

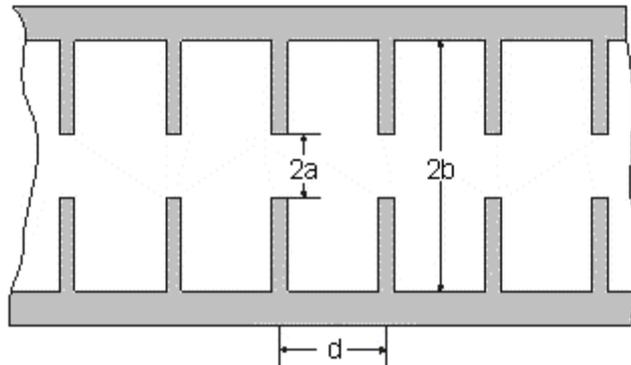


Abbildung 73: Schnitt durch einen „iris-loaded waveguide“

Zunächst nehmen wir an, dass $(b-a) \ll b$ ist, sodass die Irisblenden nur eine kleine Störung darstellen und das Verhalten des „iris-loaded waveguides“ beinahe dem eines gleichförmigen Wellenleiters entspricht.

Wenn sich nun eine Welle im Wellenleiter fortpflanzt, wird diese an jeder Blende teilweise reflektiert. Ist $\lambda \gg (b-a)$, also k_g genügend klein, dann wird nur ein sehr kleiner Anteil der Welle reflektiert und die entsprechende Dispersionsrelation wird sich kaum von der des gleichförmigen Wellenleiters unterscheiden. Die Grenzfrequenz ω_c nennen wir nun ω_{c1} , weil wir sehen werden, dass nun auch weitere Grenzfrequenzen existieren.

Mit steigender Frequenz wird ein größerer Anteil der Welle reflektiert und somit werden Interferenzeffekte zwischen einfallender und reflektierter Welle ausgeprägter, solange bis $\lambda_g = 2d$ (also $k_g = \pi/d$) gilt. In diesem Fall beobachtet man stehende Wellen, die Gruppengeschwindigkeit v_g wird Null und die Tangente im $\omega - k_g$ Diagramm ist waagrecht. Die entsprechende Frequenz nennen wir ω_{c2} . Je größer das Verhältnis $(b-a)/b$ ist, desto schneller weicht die Dispersionsrelation des „iris-loaded waveguide“ von der des gleichförmigen Wellenleiters ab.

Nun erkennt man, dass für einige Frequenzen ω^* zwischen ω_{c1} und ω_{c2} die Phasengeschwindigkeit $v_p = \tan \alpha_p$ kleiner als c ist.

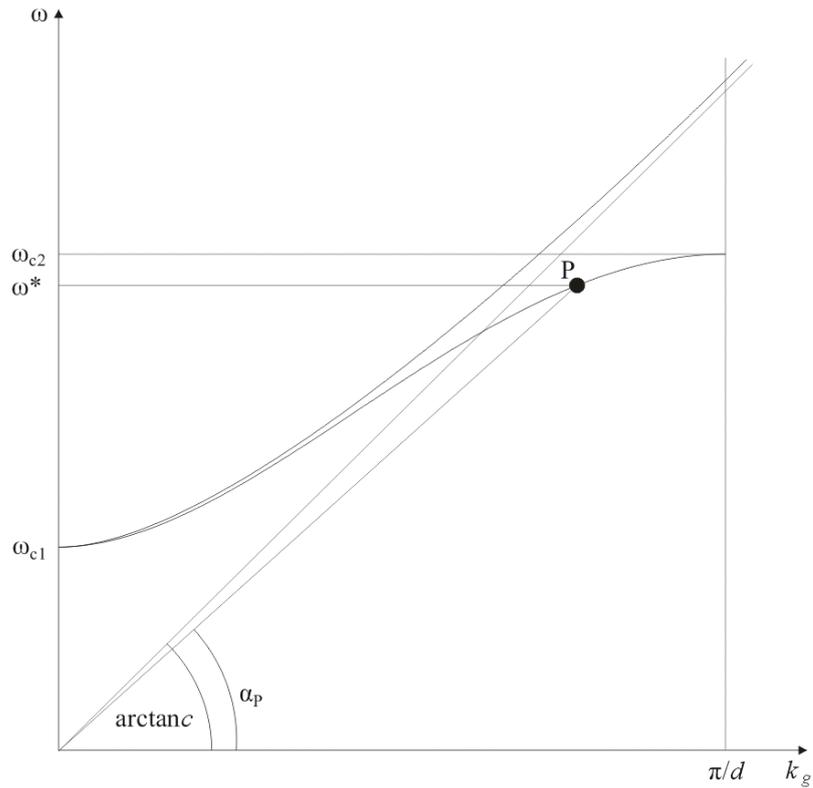


Abbildung 74: Das ω - k_g Diagramm eines gleichförmigen zylindrischen Wellenleiters (obere Kurve) und für denselben Wellenleiter mit Irisblenden (untere Kurve). Die Frequenz ω^* ist eine typische Frequenz, für die im iris-loaded waveguide $v_P = \tan \alpha_P < c$ gilt.

Tatsächlich hat die Dispersionskurve eines „iris-loaded waveguides“ eine unbegrenzte Anzahl an Grenzfrequenzen. Sein gesamtes $\omega - k_g$ Diagramm ist in folgender Abbildung dargestellt.

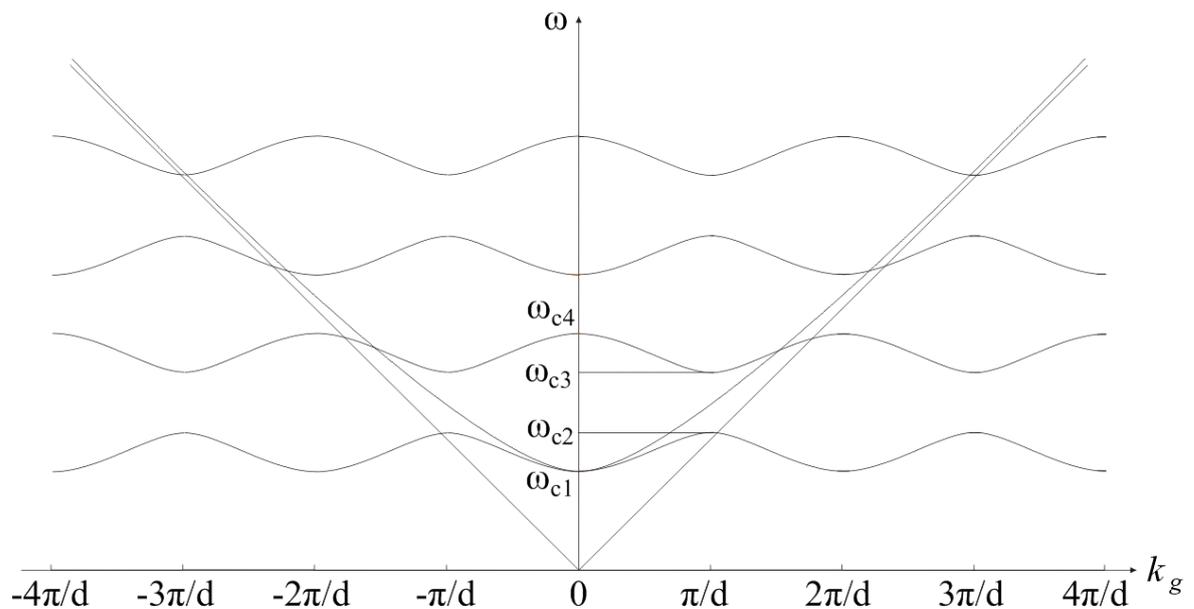


Abbildung 75: Gesamte Dispersionskurve für einen „iris-loaded waveguide“.

6.1.7 Die Frequenzgleichung

Für einen geladenen Wellenleiter ist es in der Praxis schwer, die Dispersionsrelation zu ermitteln, welche eine komplizierte Funktion ihrer geometrischen Parameter ist. Es ist jedoch möglich eine einfache Relation zwischen der Frequenz und den Dimensionen des Wellenleiters herzustellen, wenn die Phasengeschwindigkeit gleich der Lichtgeschwindigkeit ist. Diese Relation, die sogenannte Frequenzgleichung, ist sehr wichtig für die Herstellung von Wellenleitern für Linearbeschleuniger. Die genaue Dispersionsrelation wird vor dem Bau eines Wellenleiters experimentell bestimmt.

Zuvor betrachten wir noch den kurzgeschlossenen radialen Hohlleiter. Dieser besteht aus einer zylindrischen Metallhülle, die nahe der Achse angeregt wird, sodass sich die elektromagnetische Welle radial ausbreitet. Das elektrische Feld ist nur axial und das magnetische Feld ist nur azimuthal und beide sind unabhängig von θ und z . Es kann nachvollzogen werden, dass durch Einsetzen in die Gleichungen

$$\Delta(r,\theta)E_z = -k_c^2 E_z \quad \text{Gleichung 6-44,}$$

$$\nabla^2(r,\theta)H_z = -k_c^2 H_z \quad \text{Gleichung 6-46}$$

und

$$\begin{aligned} E_r &= -\frac{1}{k_c^2} \left[ik_g \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{i\omega\mu}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \theta} \right] \\ E_\theta &= \frac{1}{k_c^2} \left[-\frac{ik_g}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \theta} + i\omega\mu \frac{\partial H_z}{\partial r} \right] \\ H_r &= \frac{1}{k_c^2} \left[\frac{i\omega\varepsilon}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \theta} - ik_g \frac{\partial H_z}{\partial r} \right] \\ H_\theta &= -\frac{1}{k_c^2} \left[i\omega\varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{ik_g}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \theta} \right] \end{aligned} \quad \text{Gleichung 6-47,}$$

die elektrischen und magnetischen Felder durch folgende Formeln gegeben sind:

$$E_z = \left[AJ_0(kr) + BN_0(kr) \right] e^{i\omega t} \quad \text{Gleichung 6-81}$$

$$H_\theta = -\frac{i\omega\varepsilon_0}{k^2} \frac{\partial E_z}{\partial r} = \frac{i\omega\varepsilon_0}{k} \left[AJ_1(kr) + BN_1(kr) \right] e^{i\omega t} \quad \text{Gleichung 6-82}$$

$k = \frac{\omega}{c}$ und A, B sind Konstanten, N = Neumann Funktion = Besselfunktion 2. Art.

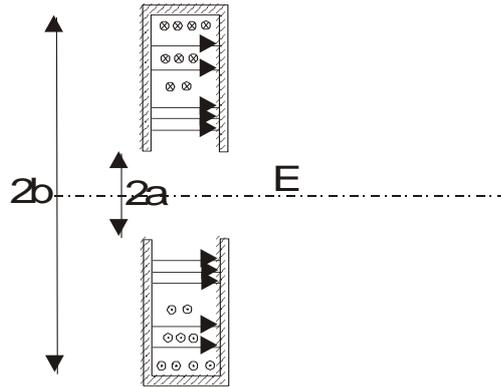


Abbildung 76: Ausschnitt aus einem kurzgeschlossenen radialen Hohlleiter. Es werden die elektrischen (axiale Pfeile) und magnetischen (azimutal) Felder gezeigt.

Der radiale Hohlleiter ist bei $r = b$ begrenzt und kurzgeschlossen. An diesem Punkt muss das elektrische Feld null sein und es ergibt sich:

$$AJ_0(kb) + BN_0(kb) = 0 \quad \text{Gleichung 6-83}$$

Daraus folgt, wenn man $C = \frac{A}{N_0(kb)}$ setzt, dass die Gleichungen für E_z und H_θ in der folgenden Form angeschrieben werden können:

$$E_z = C \left[N_0(kb)J_0(kr) - J_0(kb)N_0(kr) \right] e^{i\omega t} \quad \text{Gleichung 6-84}$$

$$H_\theta = \frac{i\omega\epsilon_0}{k} C \left[N_0(kb)J_1(kr) - J_0(kb)N_1(kr) \right] e^{i\omega t} \quad \text{Gleichung 6-85}$$

An der Stelle $r = a$ ergibt sich

$$\left(\frac{E_z}{H_\theta} \right)_{r=a} = -\frac{ik}{\omega\epsilon_0} \frac{N_0(kb)J_0(ka) - J_0(kb)N_0(ka)}{N_0(kb)J_1(ka) - J_0(kb)N_1(ka)} \quad \text{Gleichung 6-86}$$

Daraus sieht man, dass die Hohlleitung an der inneren Begrenzung $r = a$ einen Wert $\left(\frac{E_z}{H_\theta} \right)$ besitzt,

der die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen mit $v_p < c$ erlaubt, weil $\left(\frac{E_z}{H_\theta} \right)$ eine imaginäre

Größe ist.

Wenn wir nun wieder einen „iris-loaded waveguide“ betrachten, können wir zwei räumliche Bereiche berücksichtigen: den Zylinder $r < a$ und die Region zwischen den Linsen $b > r > a$.

Es handelt sich um eine Aneinanderreihung radialer Hohlleiter. Diese können die Impedanz $\left(\frac{E_z}{H_\theta} \right)$ an

der Grenze des Zylinders $r \leq a$ für die Fortpflanzung der Zylinderwelle, gegeben durch

$$E_z = E_{z0} J_0(ik_c' r) e^{i\varphi} = E_{z0} I_0(k_c' r) e^{i\varphi} \quad \text{Gleichung 6-73,}$$

$$E_r = \frac{k_g}{k_c'} E_{z0} J_1(ik_c' r) e^{i\varphi} = \frac{ik_g}{k_c'} E_{z0} I_1(k_c' r) e^{i\varphi} \quad \text{Gleichung 6-74}$$

und

$$H_\theta = \frac{\omega \varepsilon_0}{k_c'} E_{z0} J_1(ik_c' r) e^{i\varphi} = \frac{i\omega \varepsilon_0}{k_c'} E_{z0} I_1(k_c' r) e^{i\varphi} \quad \text{Gleichung 6-75,}$$

hervorrufen. Die Moden des radialen Hohlleiters erfüllen die Randbedingungen, welche die zylindrische Eigenschwingung dieser Gleichungen verlangt, nicht exakt. In dem Hohlleiter ist die radiale Komponente des elektrischen Feldes null und es gibt keine z-Abhängigkeit des elektrischen Feldes.

Aber, wie wir in

$$\left(\frac{E_r}{E_z} \right)_{r=a} = \frac{ik_g}{k_c'} \frac{I_1(k_c' a)}{I_0(k_c' a)} \cong \frac{ik_g a}{2} \cong \frac{ika}{2} \quad \text{Gleichung 6-77}$$

gesehen haben, kann die radiale Komponente des elektrischen Feldes E_r sehr klein im Vergleich zur axialen Komponente an der Stelle $r = a$ gemacht werden, wenn ka genügend klein ist. Falls der Anstand d zwischen zwei Irisblenden sehr klein gegenüber der Wellenlänge λ_g ist, ist die axiale Komponente E_z , eine Konstante an der Stelle $r = a$. Daraus folgt, dass eine Welle, welche sich in einem „iris loaded waveguide“ ausbreitet, im Bereich $r < a$ einer zylindrischen Eigenschwingung entspricht und in der Region $b > r > a$ aus der Eigenschwingung des radialen Hohlleiters besteht. Aus dieser Approximation können wir beide Lösungen an $r = a$ anpassen. Dazu verwenden wir die Indizes 1 und 2 für die Bereiche $r \leq a$ und $r \geq a$ und erhalten die folgenden Gleichungen:

$$\frac{1}{d} \int_0^d E_{z1}(a, z) dz = \frac{1}{d} \int_0^d E_{z2}(a) dz = E_{z2}(a) \quad \text{Gleichung 6-87}$$

$$\frac{1}{d} \int_0^d H_{\theta 1}(a, z) dz = \frac{1}{d} \int_0^d H_{\theta 2}(a) dz = H_{\theta 2}(a) \quad \text{Gleichung 6-88}$$

Wenn man die Ausdrücke E_{z1} , $H_{\theta 1}$ und

$$\left(\frac{E_z}{H_\theta} \right)_{r=a} = - \frac{ik}{\omega \varepsilon_0} \frac{N_0(kb) J_0(ka) - J_0(kb) N_0(ka)}{N_0(kb) J_1(ka) - J_0(kb) N_1(ka)} \quad \text{Gleichung 6-86}$$

für E_{z2} und $H_{\theta 2}$ verwendet, erhält man:

$$k_c' \frac{I_0(k_c' a)}{I_1(k_c' a)} = k \frac{N_0(kb) J_0(ka) - J_0(kb) N_0(ka)}{N_0(kb) J_1(ka) - J_0(kb) N_1(ka)} \quad \text{Gleichung 6-89}$$

Wir sind an der Form dieses Ausdrucks interessiert, wenn $v_p \cong c$, da in einem Linearbeschleuniger die Elektronen sehr schnell ultrarelativistisch werden. Wenn $v_p = c$, dann ist $k = k_g$ und aus

$$k_c^2 = k^2 - k_g^2 \quad \text{Gleichung 6-45}$$

und

$$k_c' = -ik_c \quad \text{Gleichung 6-71}$$

$k_c = k_c' = 0$. Daher müssen wir den Grenzwert für $k_c' \rightarrow 0$ aus

$$k_c' \frac{I_0(k_c' a)}{I_1(k_c' a)} = k \frac{N_0(kb)J_0(ka) - J_0(kb)N_0(ka)}{N_0(kb)J_1(ka) - J_0(kb)N_1(ka)} \quad \text{Gleichung 6-89}$$

näher betrachten. Wenn man die gleichen asymptotischen Werte wie in

$$\left(\frac{E_r}{E_z} \right)_{r=a} = \frac{ik_g I_1(k_c' a)}{k_c' I_0(k_c' a)} \cong \frac{ik_g a}{2} \cong \frac{ika}{2} \quad \text{Gleichung 6-77}$$

verwendet, findet man die Grenze $k_c' \rightarrow 0$ und daraus folgt:

$$\frac{2}{ka} = \frac{N_0(kb)J_0(ka) - J_0(kb)N_0(ka)}{N_0(kb)J_1(ka) - J_0(kb)N_1(ka)} \quad \text{Gleichung 6-90}$$

wobei $k = \frac{\omega}{c}$ ist.

Hierbei spricht man von der **Frequenzgleichung für Wellenleiter**, welche die Frequenz der Welle und die geometrischen Parameter des Wellenleiters enthält. In dieser Gleichung wurde die Dicke s

der Linse vernachlässigt. Man müsste auf der rechten Seite den Faktor $\left(1 - \frac{s}{d}\right)$ berücksichtigen.

Die letzte Gleichung wurde unter der Annahme aufgestellt, dass viele Irisblenden in einer Wellenlänge enthalten sind. Die Energieverluste steigen mit der Anzahl der Irisblenden, ihre Anzahl kann nicht zu groß gemacht werden.

6.1.8 Erreichbare Elektronenenergien

Bisher haben wir die Energieabsorption in den Wänden des Hohlleiters und die Energie die von der Welle auf das beschleunigte Elektron übertragen wird, vernachlässigt. Beide Effekte bedingen eine Verringerung der Energie.

Zuerst betrachten wir den Wandeffekt (**Dissipation**).

$$-dP = -\frac{dP}{dz} dz \quad \text{Gleichung 6-91}$$

$P(z)$ ist die Leistung entlang des Wellenleiters und geht in Form von Joulschen Verlusten (Wärme) über die Distanz dz verloren. Wenn $A(z)$, die pro Längeneinheit in der Welle enthaltene Energie und v_g die Gruppengeschwindigkeit der Welle ist, erhalten wir:

$$P = Av_g \quad \text{Gleichung 6-92}$$

Für ein schwingungsfähiges System definieren wir den Gütefaktor Q folgendermaßen:

$$Q = \frac{\omega A}{(-dP/dz)} \quad \text{Gleichung 6-93}$$

dP/dz und Q hängen von der Gestalt der leitenden Begrenzung und der Art der Stromverteilung ab. (Q in der Größenordnung von 10^4). Durch Eliminieren von $A(z)$ in beiden Gleichungen erhält man:

$$\frac{dP}{dz} = -\frac{\omega}{Qv_g} P \quad \text{Gleichung 6-94}$$

Integriert man diese Gleichung, folgt:

$$P(z) = P_0 \exp\left(-\frac{\omega z}{Qv_g}\right) \quad \text{Gleichung 6-95}$$

P_0 ist die Leistung an der Stelle $z = 0$ im Wellenleiter (Primärleistung)

Weiters gilt:

$$\frac{P(z)}{P_0} = \frac{E_z^2(z)}{E_{z0}^2} \quad \text{Gleichung 6-96}$$

$E_z(z)$ ist die Amplitude des elektrischen Feldes und E_{z0} ist der Wert der Amplitude an der Stelle $z = 0$.

Wir definieren l_0 als die **Abschwächungslänge**

$$l_0 = \frac{2Qv_g}{\omega} \quad \text{Gleichung 6-97}$$

und erhalten aus $\frac{dP}{dz} = -\frac{\omega}{Qv_g} P$ und $P(z) = P_0 \exp\left(-\frac{\omega z}{Qv_g}\right)$:

$$E_z(z) = E_{z0} \exp(-z/l_0) \quad \text{Gleichung 6-98}$$

Ein bedeutender Parameter für den Bau von Wellenleitern ist der „**Querwiderstand**“ (**shunt impedance per unit length**) Z :

$$Z = \frac{E_z^2}{(-dP/dz)} = \frac{l_0 E_z^2}{2P} \quad \text{Gleichung 6-99}$$

Der Querwiderstand ist ein Maß für die Leistung, die zur Aufrechterhaltung einer bestimmten elektrischen Feldstärke notwendig ist und liegt in der Größenordnung von $50 \text{ M}\Omega/\text{m}$. Wie wir bereits im Abschnitt 6.1.4. gesehen haben, kann das elektrische Feld nicht so klein sein und hat meistens den Wert 10 MV/m . Daraus ergibt sich für den obigen Querwiderstand eine Leistung von etwa 1 MW .

Bei gleichzeitiger Berücksichtigung der Abschwächung berechnen wir nun die Energie W , die ein Elektron, welches eine der Länge l durchläuft, erhält.

Aus

$$E_z(z) = E_{z0} \exp(-z/l_0) \quad \text{Gleichung 6-98}$$

erhalten wir für ein Sollteilchen

$$W = e \int_0^l E_z(z) dz = e E_{z0} l_0 \left[1 - e^{-l/l_0} \right] = e E_{z0} l A \quad \text{Gleichung 6-100}$$

und die Konstante A ist gegeben durch

$$A = \frac{1 - e^{-l/l_0}}{l/l_0}$$

Gleichung 6-101

Wenn der Wert für die Primärenleistung P_0 gegeben ist, erhalten wir E_{z0} aus

$$Z = \frac{E_z^2}{(-dP/dz)} = \frac{l_0 E_z^2}{2P} \quad \text{Gleichung 6-99}$$

und

$$\frac{P(z)}{P_0} = \frac{E_z^2(z)}{E_{z0}^2} \quad \text{Gleichung 6-96}$$

und wenn wir diesen Ausdruck in

$$W = e \int_0^l E_z(z) dz = e E_{z0} l_0 \left[1 - e^{-l/l_0} \right] = e E_{z0} l A \quad \text{Gleichung 6-100}$$

einsetzen, ergibt sich

$$W = e \sqrt{Z P_0 l_0} \left[1 - e^{-l/l_0} \right] \quad \text{Gleichung 6-102}$$

Wir setzen voraus, dass l gegeben ist und sehen, dass diese Gleichung ihr Maximum bei

$$l_0 = 0,8l \quad \text{Gleichung 6-103}$$

hat.

Diese Relation wird zur Dimensionierung eines Wellenleiters verwendet.

Als nächstes interessiert uns der Einfluss der Energieübertragung auf den Strahl und auf die Dämpfung der Welle. Wenn $I = qv$ der mittlere Strahlstrom und q die Ladung in jedem bunch ist, dann ist die Leistung der Welle, die über die Distanz dz auf das Teilchen übertragen wird

$$dP_E = -IE_z dz \quad \text{Gleichung 6-104}$$

Das Minuszeichen in der Gleichung drückt aus, dass es zu einem Leistungsverlust der Welle kommt.

$$dP = -\frac{2P}{l_0} dz - IE_z dz \quad \text{Gleichung 6-105}$$

In der letzten Gleichung wird die **Dissipation** in der Wand berücksichtigt, dP bestimmt den gesamten Leistungsverlust. Wenn man E_z aus

$$Z = \frac{E_z^2}{(-dP/dz)} = \frac{l_0 E_z^2}{2P} \quad \text{Gleichung 6-99}$$

einsetzt, erhält man die folgende Differentialgleichung für P :

$$-\frac{dP}{dz} = \frac{2}{l_0} P + I \left(\frac{2Z}{l_0} \right)^{1/2} P^{1/2} \quad \text{Gleichung 6-106}$$

Diese Gleichung kann integriert werden. Wenn P_0 die Leistung an der Stelle $z = 0$ ist, erhält man:

$$P^{1/2} = \left[P_0^{1/2} + I \left(\frac{l_0 Z}{2} \right)^{1/2} \right] e^{\left(\frac{-z}{l_0} \right)} - I \left(\frac{l_0 Z}{2} \right)^{1/2} \quad \text{Gleichung 6-107}$$

Für

$$m = I \left(\frac{l_0 Z}{2P_0} \right)^{1/2} \quad \text{Gleichung 6-108}$$

Wobei m der sogenannte „**beam loading Koeffizient**“ ist.

$$P^{1/2} = \left[P_0^{1/2} + I \left(\frac{l_0 Z}{2} \right)^{1/2} \right] e^{\left(\frac{-z}{l_0} \right)} - I \left(\frac{l_0 Z}{2} \right)^{1/2} \quad \text{kann dann auch in der Form}$$

$$\left(\frac{P}{P_0} \right)^{1/2} = (1 + m) e^{\left(\frac{-z}{l_0} \right)} - m \quad \text{Gleichung 6-109}$$

angeschrieben werden.

Aus

$$\frac{P(z)}{P_0} = \frac{E_z^2(z)}{E_{z0}^2} \quad \text{Gleichung 6-96}$$

folgt, dass

$$E_z(z) = E_{z0} \left[(1+m)e^{\left(\frac{-z}{l_0}\right)} - m \right] \quad \text{Gleichung 6-110}$$

Mit diesem Ausdruck für das elektrische Feld kann man die Energie eines Sollteilchens über eine Distanz l wie folgt berechnen:

$$W = e \int_0^l E_z(z) dz = e E_{z0} l \left[A - m(1-A) \right] = e \left[E_{z0} l A - l Z I (1-A) \right] \quad \text{Gleichung 6-111}$$

Bei dieser Gleichung wurden m und A nach den entsprechenden Definitionen verwendet.

6.1.9 Technische Konstruktion eines Elektronen-LINACs

Zu unterscheiden sind die Struktur und Konstruktion der folgenden Systeme:

- **das Injektor-System:** Der vom Injektor-System produzierte Elektronenstrahl muss gut kollimiert sein und die Energieverteilung sollte möglichst homogen sein. Das Injektor-System besteht aus einem Beschleuniger (oft ein elektrostatischer Beschleuniger, z. B. ein Van de Graaff Beschleuniger), einer Elektronenquelle und einem evakuierten Rohr, über das der Strahl, durch Magnete fokussiert und abgelenkt, zum LINAC geführt wird.
- **das HF-System:** Die verschiedenen Segmente des LINACs werden von einer einzigen HF-Quelle gespeist. Bei jedem Segment wird die Phase des Signals angepasst (damit die Phase für das synchrone Elektron in jedem Abschnitt dieselbe ist) und das Signal anschließend über ein Klystron verstärkt.
- **diverse Zusatzsysteme:** Dazu zählen der Magnet zur Fokussierung, Vakuumpumpen, die Kühlung und die Abschirmung.

Alle heute gebauten LINACs sind für den Pulsbetrieb ausgerichtet.

6.1.10 Technische Einschränkungen

Die Toleranz in der Wellenleiterkonstruktion ist sehr gering. Fluktuationen der Energie des Beschleunigerstrahls werden durch Fluktuationen in der HF-Leistung oder in der Frequenz ausgelöst. Auch Änderungen im Wellenleiter durch Temperaturänderungen oder Fehler beim Bau des

Wellenleiters beeinflussen das Handling. All diese Effekte bedingen Änderungen der Phase $\varphi = \omega t - k_g z$. Da die Elektronenenergie durch

$$W = e \int_0^l E_{z0}(z) \sin \varphi(z) dz \quad \text{Gleichung 6-112}$$

gegeben ist, bewirkt jede Änderung von φ eine Änderung von W .

Ein weiteres Problem ist das so genannte „**pulse shortening**“: Dieses Phänomen tritt ab einer bestimmten Intensität des injizierten Strahles auf, welche von den Eigenschaften des Beschleunigers abhängt. Unterhalb dieses Wertes sind die Pulslängen der beschleunigten und der injizierten Teilchen gleich. Oberhalb dieses Wertes wird die Pulslänge der beschleunigten Teilchen kleiner. Das führt dazu, dass die Intensität des beschleunigten Teilchenstrahls abnimmt. Wenn es zu „pulse shortening“ kommt, kann man am Ende des waveguides EM-Felder beobachten, deren Frequenzen keine Oberschwingungen der anregenden Frequenz sind. Das Phänomen wird damit erklärt, dass ab gewissen Intensitäten Moden angeregt werden, deren Phasengeschwindigkeit der Gruppengeschwindigkeit entgegengesetzt ist. Dadurch wird Energie vom Strahl absorbiert und es kommt zu einer Defokussierung, die zur Verkürzung der Pulse führt. Bei niedrigen Intensitäten (und kurzen waveguides) kommt es zwar auch zu diesen unerwünschten Moden, ihre Amplituden bleiben aber klein. Das „pulse shortening“ Phänomen führt zu einer Begrenzung der Pulsdauer.

Zusätzlich kommt es noch zum „**multipacting**“: Dies ist das Ablösen von Elektronen in Hochvakuum zwischen zwei Metalloberflächen. Elektronen, die zwischen den Metalloberflächen erzeugt werden, können zu einer der beiden Oberflächen hin beschleunigt werden und dort weitere Elektronen herausschlagen, die dann aus der gegenüberliegenden Oberfläche weitere Elektronen lösen usw. Der Prozess wird durch die Raumladung gestoppt. Die Elektronenwolke zwischen den Oberflächen hat dann eine konstante Dichte und führt in jedem Zyklus zu einer Energiedissipation. Für „multipacting“ müssen gewisse Bedingungen in der Maschine erfüllt sein: Zum einen muss die Periode der Hochfrequenz der doppelten Transitzeit zwischen den Metalloberflächen entsprechen, zum anderen müssen genügend Sekundärelektronen aus der Wand geschlagen werden können.

6.1.11 Der Elektronen LINAC in der Medizin

Unter Teletherapie versteht man eine strahlentherapeutische Behandlung, bei der sich die Strahlenquellen in einem gewissen Abstand außerhalb des Patienten befinden. In stetig zunehmendem Maße kommen hierbei Elektronenlinearbeschleuniger zur Anwendung, die über die Möglichkeit der Photonen- und Elektronenbestrahlung verfügen. Elektronenstrahlung wird dabei bevorzugt zur Behandlung oberflächennaher Tumore eingesetzt. Mit ultraharter Photonenstrahlung können tiefliegende Tumore therapiert werden.

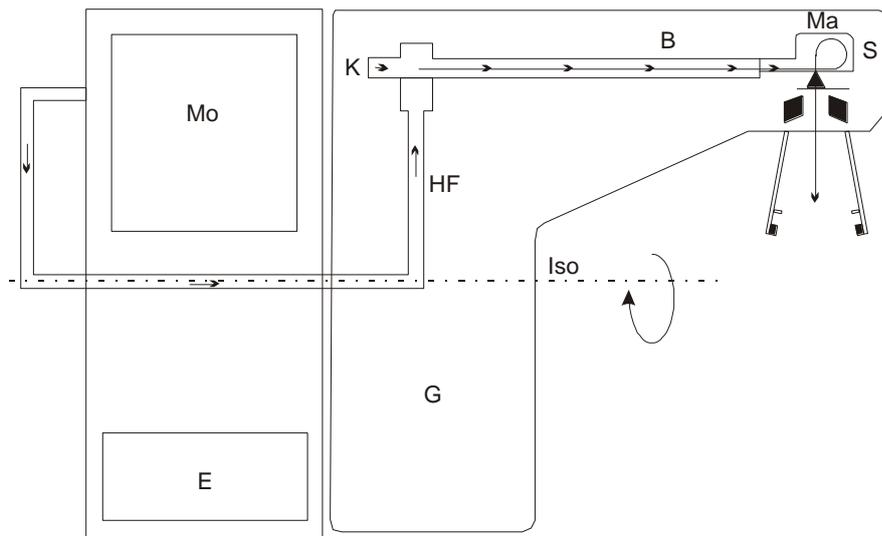


Abbildung 77: Prinzipieller Aufbau von einem Elektronenlinearbeschleuniger in der Medizin.

Mo Modulator, E Energieversorgung, HF Hochfrequenz, K Elektronenkanone, B Beschleunigungsrohr, Ma Umlenkmagnet, S Strahlerkopf, Iso Isozentrumsachse (Drehachse der Bestrahlungsanlage), G Gantry (Beschleunigerarm)

Moderne LINACs sind für die Erzeugung therapeutischer Elektronenstrahlung von 2 - 20 MeV und ultraharter Photonenstrahlung von etwa 4 bis ca. 25 MeV Grenzenergie ausgelegt. Moderne Beschleuniger bieten der größeren Bequemlichkeit halber außerdem mehrere umschaltbare Elektronen- und Photonen-Energistufen an. Die Energiedosisleistung beträgt dabei in etwa 6 Gray pro Minute.

LINACs können aus Leistungsgründen (Kühlung, elektrische Versorgung) nicht im Dauerbetrieb gefahren werden. Sie werden deshalb im Pulsbetrieb benutzt. Bei jedem Impuls wird zunächst die Beschleunigersektion an die Hochfrequenz angelegt, sie wird mit „Hochfrequenz gefüllt“ (Beamloading). Erst dann darf die Kanone (meist Wolfram-Glühkathoden) Elektronen in die Sektion emittieren. Dazu taktet man die Kathode oder die Extraktionselektrode zum richtigen Zeitpunkt und im richtigen Rhythmus mit der Impulsfrequenz durch Anlegen der entsprechenden Hochspannung auf und zu. Die Synchronisation der Impulse für Hochfrequenz und die Öffnung der Elektronenkanone ist Aufgabe der Steuerelektronik im Modulator.

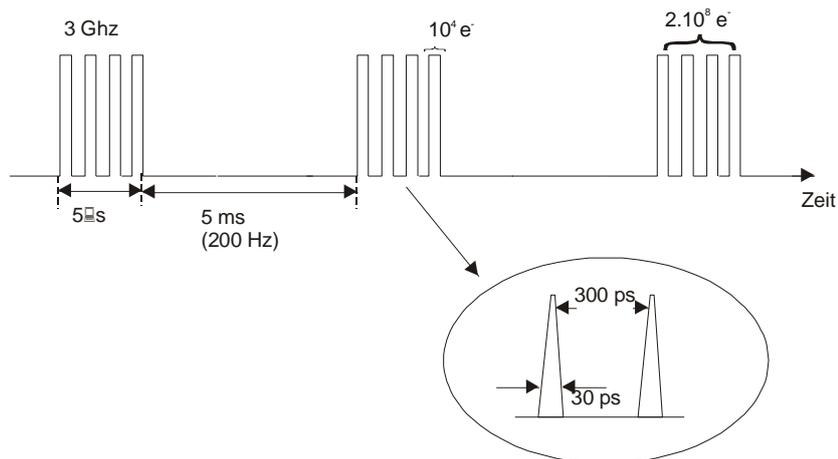


Abbildung 78: Typische Impulsfolge von medizinischen Elektronenlinearbeschleuniger.

Makropulse (Dauer 5 µs) setzen sich aus etwa 2×10^4 Mikroimpulsen zusammen (Dauer je 30 ps), die im zeitlichen Abstand von 330 ps (entsprechend der Frequenz von 3 GHz) aufeinander folgen. Mikroimpulse sind kürzer als eine halbe Schwingungsdauer der GHz-Schwingung, da Elektronen wegen der Phasenfokussierung nur während eines schmalen Zeitintervalls unmittelbar nach dem Wellenmaximum beschleunigt werden. Jeder Mikroimpuls enthält ca. 10^4 , ein Makropuls also 2×10^8 Elektronen. Die Pulsfrequenz der Makropulse beträgt typischerweise 200 Hz (100 – 400 Hz). Pulsbreite und Pausenzeit sind nicht maßstäblich gezeichnet, die angegebenen Elektronenzahlen pro Puls sind typische Werte eines Beschleunigers im Elektronenbetrieb.

Wanderwellen- und Stehwellenprinzip

Elektronen-LINACs werden nach zwei Prinzipien hergestellt.

Die eine Ausführungsform arbeitet im so genannten **Wanderwellenbetrieb** (das wir bereits kennen gelernt haben), bei dem Hochfrequenzwelle das Rohr durchläuft und dabei die Elektronen mit sich zieht. Am Ende des Rohrs wird die EM Wanderwelle in einem „Wellensumpf“ vernichtet oder zur teilweisen Wiederverwendung der in ihr gespeicherten Hochfrequenzenergie zum Eingang des Beschleunigerrohres zurückgeführt. Die Elektronenpakete verlassen das Rohr fast mit Lichtgeschwindigkeit durch ein dünnes Austrittsfenster, das das Vakuum des Beschleunigerrohres nach außen hin abschließt.

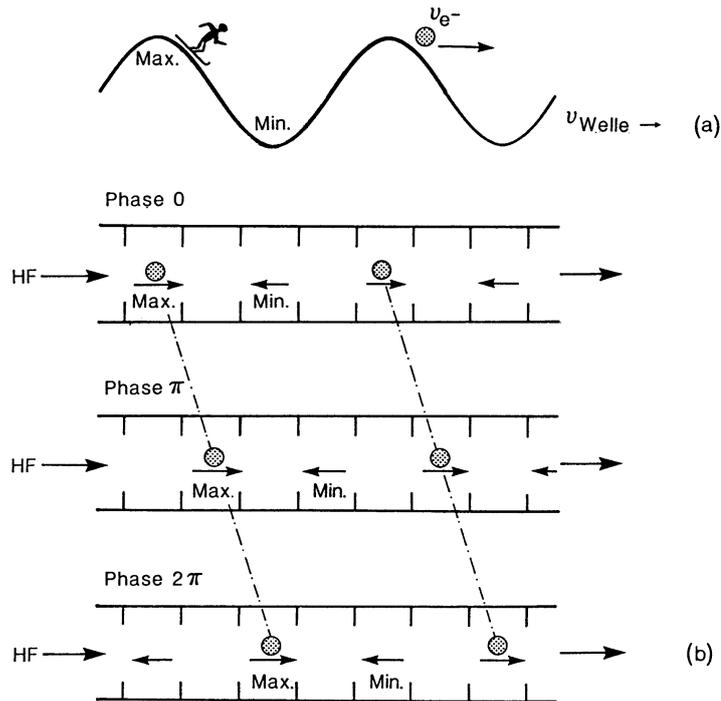


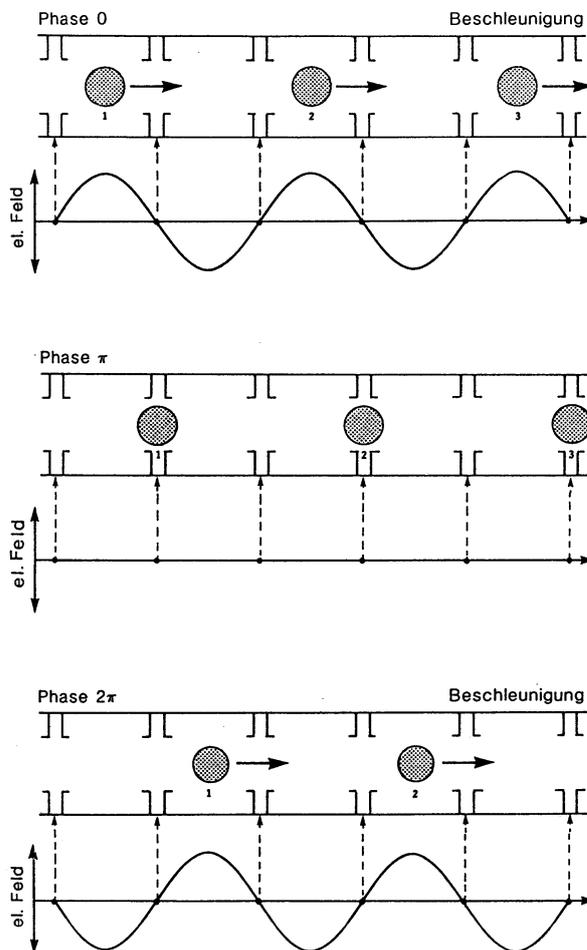
Abbildung 79: (a): Anschauliches vereinfachtes Wellenreitermodell (Elektronengeschwindigkeit v_e und Wellengeschwindigkeit v_{Welle} stimmen überein). (b): Wellenbilder im Wanderwellenbeschleuniger. Die Pfeile stellen die Feldvektoren der longitudinalen elektrischen Feldkomponente dar, die Punkte gebündelte Elektronenpakete.

Die Struktur des **Stehwellenbeschleunigers** unterscheidet sich vom Wanderwellenbeschleuniger durch eine andere Anordnung der Blenden und Resonanzräume und durch eine unterschiedliche Führung und Einspeisung der Hochfrequenz. Die EM Longitudinalwelle wird am Ende des Rohrs reflektiert, so dass sich eine stehende Welle im Beschleunigungsrohr ausbildet. Sobald sich diese ausgebildet hat, bleiben die Schwingungsbäuche und –knoten ortsfest. Dabei sind die Schwingungsamplituden zweier großer benachbarter Resonanzräume jeweils entgegengesetzt. Dazwischen befinden sich feldfreie kleinere Räume, in denen das EM Feld nach der Füllung der Sektion mit Hochfrequenz immer den Wert Null hat (Schwingungsknoten).

Nach der HF-Füllung der Sektion werden Elektronen von der Kanone ins Beschleunigungsrohr injiziert. Die erste positive Schwingungsamplitude in dem an die Kanone anschließenden Hohlraum beschleunigt die Elektronen ruckartig in Vorwärtsrichtung. Sie bewegen sich nach dem Stoß mit konstanter Geschwindigkeit in den nächsten Resonanzraum hinein. Bis sie dort angelangt sind, hat die Hochfrequenz ihre vorher negative Amplitude in ein positives Maximum verwandelt, die Elektronen werden wieder mit maximaler Kraft in Strahlrichtung beschleunigt.

Die Bündelung des kontinuierlichen Elektronenstrahls am Beginn des Rohres geschieht ähnlich wie bei Wanderwellenrohren durch Anpassung der Abmessung der Resonanzräume an die Geschwindigkeit der schneller werdenden Elektronen. Sobald diese beinahe Lichtgeschwindigkeit

erreicht haben, legen sie unabhängig von ihrer Energie gleiche Strecken pro Zeiteinheit zurück. Die Abmessungen der Resonanzräume können dann konstant bleiben.



Schematische Phasenbilder im Stehwellenbeschleuniger für eine einfache Sinuswelle.

Phase 0: Die Elektronen befinden sich im maximal beschleunigenden, nach rechts gerichteten elektrischen Feld,

Phase π : Nulldurchgang des elektrischen Feldes, Elektronen driften mit konstanter Energie,

Phase 2π : Feld ist umgepolt, Elektronen befinden sich wieder im Bereich maximaler positiver Feldstärke und werden erneut beschleunigt.

Abbildung 80: Stehwellenbeschleuniger²⁴

Der Strahlerkopf für den Photonen- und Elektronenbetrieb

Im Strahlerkopf befinden sich Umlenkmagnete, welche den Elektronenstrahl in die gewünschte Richtung ablenken. Der Strahl wird aufgeweitet und kollimiert bevor er den Strahlerkopf verlässt. Indem man ein Bremstarget in den Strahlengang der beschleunigten Elektronen schiebt, kann von Elektronenbetrieb auf Photonenbetrieb gewechselt werden.

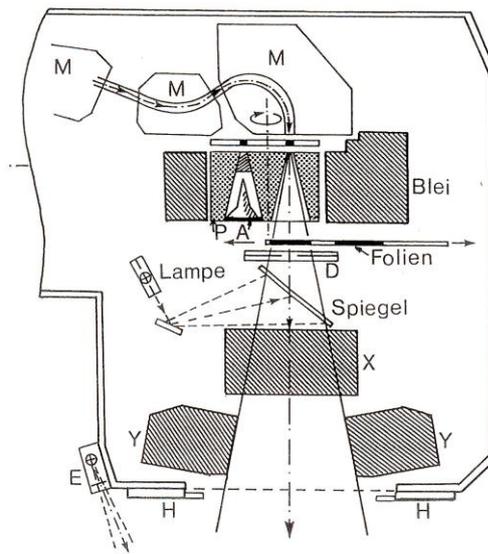


Abbildung 81: Strahlerkopf eines medizinischen Elektronen-Linearbeschleunigers. (M: Slalom-Magnete für die Strahlumlenkung, D Doppeldosismonitor, P Primärkollimator, A Photonen ausgleichskörper mit vorgeschaltetem Beamhardener und Elektronenfänger, Folien: Ausgleichsfolien für Elektronen, E Entfernungsmesser, H Halter für Tubus und Filter, X,Y Kollimatorblenden, Lampe und Spiegel: Lichtvisier).

6.2 Der Protonen-LINAC

Beschleuniger für Protonen können nicht die gleiche Struktur wie Elektronen-LINACs aufweisen, da Protonen eine größere Masse haben. Die Geschwindigkeit von Protonen liegt nicht im ultrarelativistischen Bereich und ist energieabhängig. Wenn loaded waveguides zur Beschleunigung von Protonen verwendet werden sollten, müssten kleine Phasengeschwindigkeit möglich sein, die große Änderungen in der Konstruktion mit sich ziehen würden. So eine Struktur würde so stark geladen sein, dass die Energiedissipation stark zunehmen würde. Man verwendet daher **drift-tubes**:

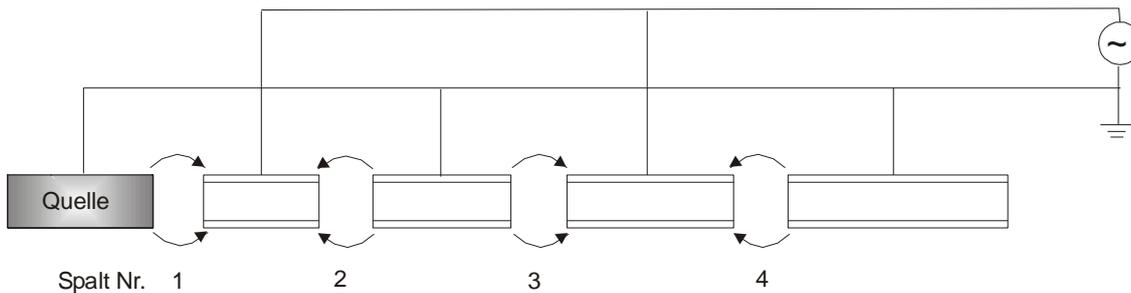


Abbildung 82: Schematische Darstellung eines drift-tube LINACs

Wenn man sich die Enden einer drift-tube als Platten eines Kondensator vorstellt, ergibt sich der durchfließende Strom zu

$$I_d = \omega CV = 2\pi \nu CV \quad \text{Gleichung 6-113}$$

mit C ...Kapazität zwischen den tubes, V ...Spannung, ν ...Frequenz.

Mit den in der Praxis verwendeten Werten ist I_d immer sehr groß. Es ist daher sinnvoll, den Spalt zwischen zwei drift-tubes in eine Kapazität einzuschließen, welche die elektromagnetische Energie aufrechterhält. Die Länge l der Kapazität hat die gleiche Größe wie die Länge der drift-tubes. Die Induktivität L eines koaxialen Systems ist gegeben durch:

$$L = \frac{\mu}{2\pi} l \ln \frac{D_2}{D_1} \quad \text{Gleichung 6-114}$$

μ ist die magnetische Permeabilität des Mediums in der Kapazität

D_1, D_2 ...Radien (siehe entsprechende Grundlagenvorlesung)

Die Bedingung für Resonanz ($\frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega$) ergibt:

$$4\pi^2 \nu^2 LC = 1 \quad \text{Gleichung 6-115}$$

Diese zwei Ausdrücke werden beim Bau einer Maschine zum Festlegen der Dimensionen der Kapazität verwendet.

In Abbildung 82 ist eine LINAC Struktur dargestellt, mit einer Kapazität für jeden Spalt zwischen den drift-tubes. Diese Struktur wird in der Praxis auch verwendet. In diesem Fall nimmt die Länge der Kapazitäten mit der Länge der drift-tubes zu und somit auch L . Die Länge der Tubes muss so gebaut

werden, dass die synchronisierten Teilchen in einer halben Periode das Oszillationsfeld durchqueren. Das geschieht, wenn λ die Vakuum-Wellenlänge und L_n die Länge der n -ten Tube ist. Es ergibt sich die folgende Relation:

$$L_n = \frac{\beta_n \lambda}{2} \quad \text{Gleichung 6-116}$$

Die Maschine wird deshalb manchmal „**half beta lambda**“-LINAC oder „**matched phase velocity**“-LINAC genannt.

In einer anderen Lösung hat das Feld dieselbe Phase wie der Spalt. Nun muss das Teilchen die tube in einer ganzen Periode des Oszillationsfeldes durchqueren und anstatt obiger Gleichung erhält man

$$L_n = \beta_n \lambda \quad \text{Gleichung 6-117}$$

weshalb die Maschine „**beta lambda**“-LINAC genannt wird.

Die Energie, hervorgerufen durch ein Teilchen, welches den n -ten Spalt durchquert, ist durch

$$W_n = qU \sin \varphi \frac{\sin(\pi g_n / \alpha L_n)}{(\pi g_n / \alpha L_n)} \quad \text{Gleichung 6-118}$$

gegeben.

Es gilt $\alpha=1$ in einem „beta lambda“-LINAC und $\alpha=2$ in einem „half beta lambda“-LINAC.

Ist T_n die kinetische Energie in der n -ten tube, ergibt sich:

$$L_n \propto \beta_n = \frac{1}{c} \left(\frac{2T_n}{m} \right)^{1/2} \quad \text{Gleichung 6-119}$$

da wir hier von einem nicht-relativistischen System ausgehen.

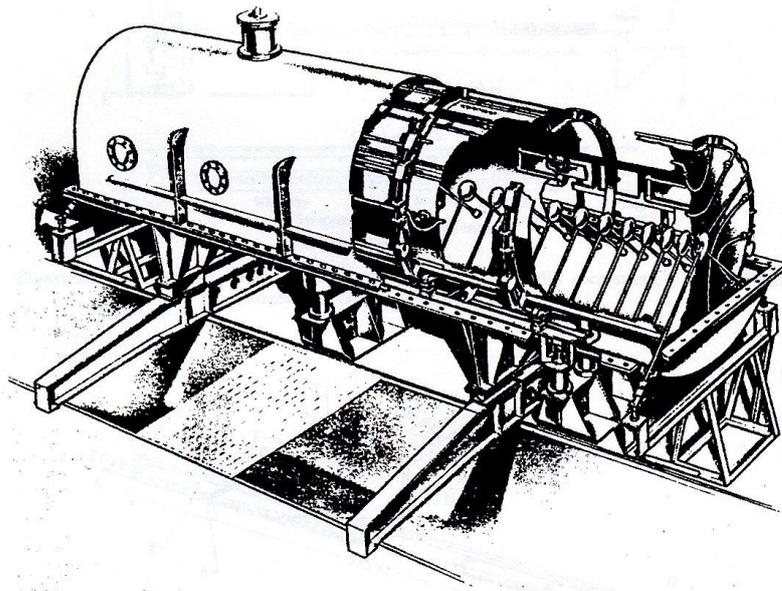


Abbildung 83: Der erste Tank des Protonen LINACs im Rutherford High Energy Laboratory, England.

7 Das Betatron, Betatronfokussierung (schwache Fokussierung)

Betatrons spielen heute weder in der Medizin noch in der Hochenergiephysik eine bedeutende Rolle. Sie sind mittlerweile durch modernere Anlagen, vor allem durch die Elektronen-Linearbeschleuniger abgelöst worden, die bessere Strahleigenschaften haben und höhere therapeutische Dosisleistungen ermöglichen. Wegen der historischen Bedeutung der Betatrons soll dennoch kurz auf ihre Wirkungsweise eingegangen werden, zumal in verschiedenen radiologischen Abteilungen nach wie vor medizinische Betatrons im Einsatz sind.

7.1 Das Prinzip des Betatrons

Das Prinzip des Betatrons basiert darauf, dass ein zeitlich veränderliches Magnetfeld von einem elektrischen Wirbelfeld umgeben ist (Faradaysches Induktionsgesetz). Damit kann man das Magnetfeld, das bei einem Kreisbeschleuniger zur Ablenkung der Teilchen notwendig ist, gleichzeitig zur Beschleunigung der Teilchen nutzen. Es eröffnet die Möglichkeit, einen sehr kompakten und vom Prinzip her einfachen Kreisbeschleuniger zu realisieren. Das Betatron wird zur Beschleunigung von Elektronen verwendet. Der Magnet hat die Form eines „H“. Zur Vermeidung von Wirbelstromeffekten wird der Magnet (wie beim Transformator) aus lamelliertem Eisen aufgebaut. Der zentrale Bereich des Magneten, d.h. die Polschuhe und die Erregerspulen, sind rotationssymmetrisch zur Magnetachse angeordnet. Die Elektronen werden in einer ringförmigen Vakuumkammer von dem magnetischen Führungsfeld („guiding field“) auf einer Kreisbahn gehalten.

Die verwendete Wechselspannung hat eine Frequenz von 50 Hz, entspricht also der Frequenz des technischen Wechselstroms.

Neben der $\frac{1}{2}$ -**Bedingung** (Wideröe 1928, siehe auch Kapitel 3.2),

$$B(R_s, t) = \frac{1}{2} \bar{B}(R_s, t) + C \quad \text{Gleichung 7-1}$$

muss auch der Bahnstabilität weiteres Augenmerk geschenkt werden.

B ...Induktion am Teilchensollkreis, \bar{B} ...mittlere Induktion innerhalb des Sollkreises

Bahnstabilität (Walton, Steenbeck)

Die Bedingungen für radiale und axiale Bahnstabilität in einem Kreisbeschleuniger wurden zum ersten Mal im Zusammenhang mit der Entwicklung des Betatrons voll erkannt. Daher werden für alle Kreisbeschleuniger die entsprechenden transversalen Schwingungen **Betatronschwingungen** genannt.

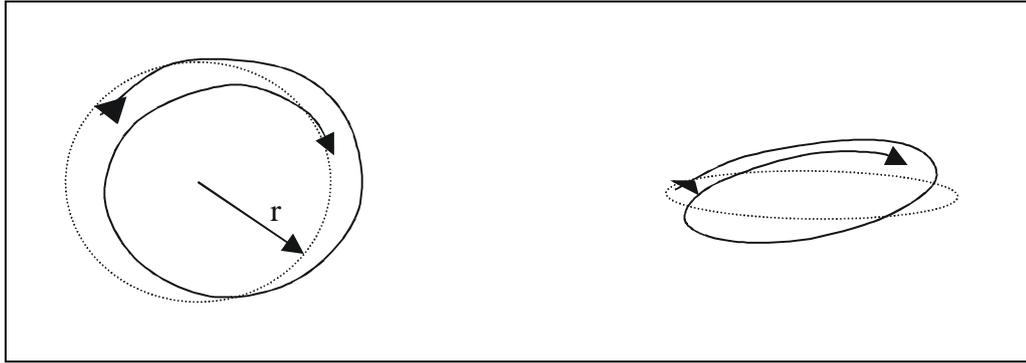


Abbildung 84: Betatronschiwingung um eine kreissymmetrische Sollbahn (gepunktet) in einem schwach fokussierenden Beschleuniger: radiale (links) und vertikale Schwingung (rechts)

Für die axiale Fokussierung benötigt man ein Magnetfeld, das nach außen zu größeren Radien hin abfällt. Der Feldindex n ist der entscheidende Parameter für die Berechnung der radialen und axialen Fokussierungskräfte:

$$n = -\frac{R}{B} \frac{dB}{dR}$$

umgeformt ergibt sich: $\frac{dB}{B} = -n \frac{dR}{R} \rightarrow$ Integration:

$$\frac{B}{B_{R_s}} = \left(\frac{R}{R_s} \right)^{-n}$$

Die Elektronen gelten auf dem Sollkreis nur dann als stabil, wenn bei kleinen Auslenkungen Kräfte auftreten, die sie auf den Sollkreis zurücktreiben. Wenn solche rücktreibenden Kräfte vorhanden sind, kann das Führungsfeld in der Umgebung des Sollkreises mit wachsendem Radius abnehmen, aber langsamer als mit $1/R$.

Die Formulierung von Stenbeck lautet:

$$0 > \frac{R}{B} \frac{\partial B}{\partial R} > -1$$

$$F_r = F_0 \frac{\Delta R}{R_s} (1-n)$$

$$F_z = -F_0 \frac{n}{R_s} \Delta z$$

wobei

$$F_0 = \frac{mv^2}{R_s} = evB(R_s)$$

Gleichung 7-2

D. h. die radial rücktreibende Kraft ist für positive ΔR vorhanden und nach innen gerichtet, wenn der Feldindex $n < 1$ ist und die axiale rücktreibende Kraft ist vorhanden, wenn $n > 0$ ist. Diesen Zusammenhang nennt man **schwache Fokussierung**.

Die Forderung nach Bahnstabilität sowohl in radialer wie auch in axialer Richtung bedeutet somit für den Feldindex n : $0 < n < 1$.

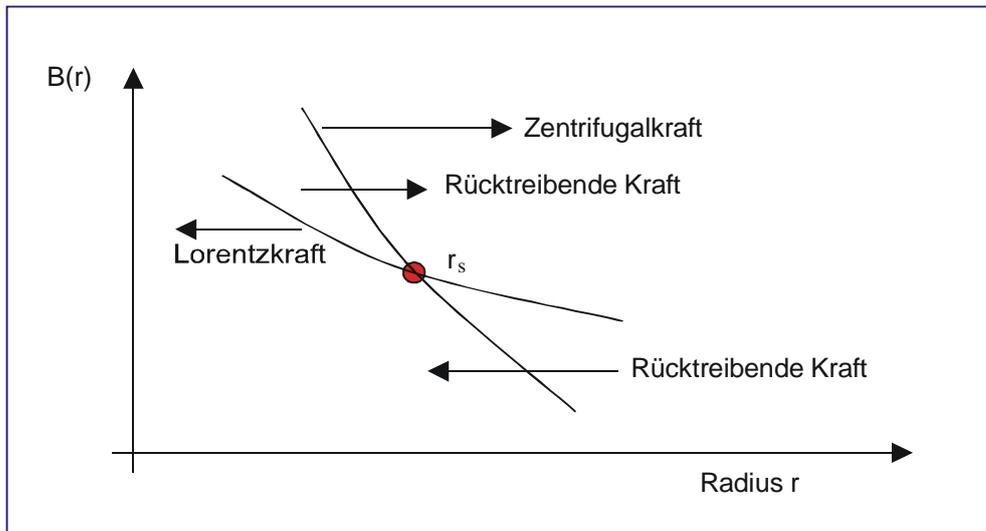


Abbildung 85: Fokussierende Wirkung in radialer Richtung durch ein radial nach außen abfallendes Magnetfeld, (r_s ist der Sollradius)

Beim Betatron liegt der Feldindex n meistens im Bereich $0,5 < n < 0,75$.

Da F_r und F_z proportional zu R und z sind, handelt es sich um sinusförmige Schwingungen.

$$(\Delta \ddot{R}) + \frac{\dot{E}}{E} (\Delta \dot{R}) + \omega_s^2 (1 - n) \Delta R = 0$$

$$\ddot{z} + \frac{\dot{E}}{E} \dot{z} + n \omega_s^2 z = 0$$

7.1.1 Injektion und Extraktion

Zur Injektion (= Einschussvorgang) wird eine exzentrisch zur Sollbahn angeordnete Elektronenkanone verwendet. Die Elektronen werden aus einer Wolfram-Glühkathode emittiert und mit einer Gleichspannung von z.B. 50 keV beschleunigt. Die Elektronenkanone wird entsprechend dem Beschleunigungszyklus gepulst betrieben. Während der Injektionsphase wird die $\frac{1}{2}$ -Bedingung durch Zusatzspulen so gestört, dass die Sollbahn zunächst in der Nähe der Elektronenkanone liegt und während der Injektion kontinuierlich zum Sollradius hinverlagert wird. Dadurch können viele Umlaufbahnen dicht nebeneinander gelegt werden („**transversal stacking**“) und es wird verhindert, dass die Elektronen nach einem Umlauf wieder auf die Elektronenkanone prallen. Die Bahnseparation wird außerdem durch die radiale Betatronschwingung günstig beeinflusst.

Wenn sich das Magnetfeld seinem Maximum nähert, kann der umlaufende Elektronenstrahl wiederum durch Störung der $\frac{1}{2}$ -Bedingung aus dem Betatron ausgelenkt oder auf ein internes Target, die so genannte Antikathode, gerichtet werden.

8 Das Mikrotron

8.1 Das klassische Mikrotron

Das Mikrotron ist ein Hochfrequenz-Kreisbeschleuniger für Elektronen. Als Energiequelle für die Elektronen dient ein einzelner Hohlraumresonator, der ähnlich wie ein Resonanzraum bei einer Linearbeschleunigersektion aufgebaut sein kann. Die Elektronen werden in einem homogenen, zeitlich konstanten Magnetfeld auf Kreisbahnen geführt, deren Radien mit zunehmender Energie und zunehmenden Impuls anwachsen. Der Hohlraumresonator wird bei jedem Umlauf im Magnetfeld einmal durchlaufen und erhöht dabei die Energie der Elektronen um einen konstanten Betrag. Eine Beschleunigung können die Elektronen nur dann erhalten, wenn Umlaufzeit und Hochfrequenzphase im richtigen Verhältnis zueinander stehen, das heißt, wenn die Elektronen phasenrichtig zum Zeitpunkt der maximalen Feldstärke auf den Hochfrequenzresonator treffen (= Resonanzbedingung). Mikrotrons werden oft so ausgelegt, dass der Energiegewinn der Elektronen pro Umlauf gerade eine Ruheenergie (511 keV) beträgt. Der Energiegewinn nach n Umläufen beträgt dann das n -fache der Ruheenergie, also $n \times 511$ keV.

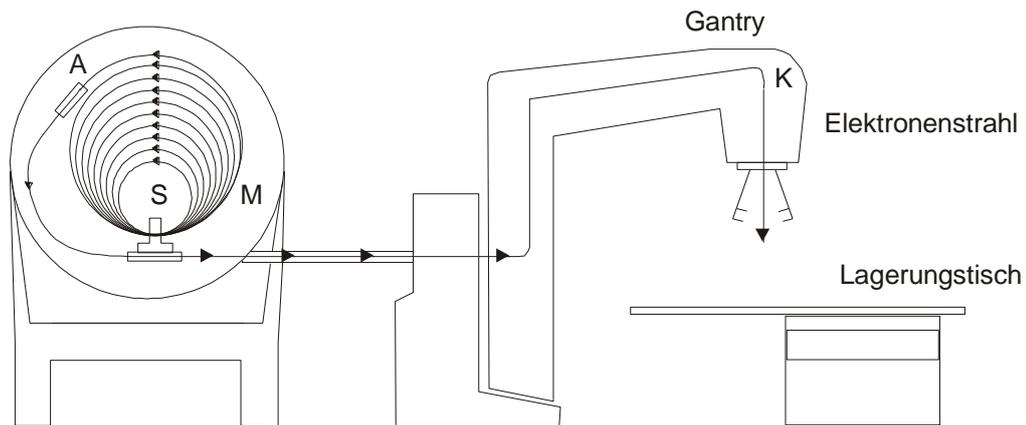


Abbildung 86: Schematische Darstellung eines 22 MeV-Kreismikrotrons für medizinische Anwendungen (M: homogenes Magnetfeld, S: Beschleunigungsspalt, A: Auslenkungsstrahlrohr zur lokalen Abschirmung des Magnetfeldes, K: Strahlerkopf)

Der Polschuhdurchmesser des Führungsmagneten hängt von der gewünschten maximalen Elektronenenergie ab und beträgt üblicherweise 1 bis 2 Meter. Das Magnetfeld selbst muss auf der gesamten Polfläche wegen der Resonanzbedingung auf wenige Zehntel Promille homogen sein, was sich natürlich auf die Kosten für den Magneten auswirkt. Um den Elektronenstrahl mit der richtigen Energie aus der Umlaufbahn auszulenken, wird ein bewegliches Ablenkrohr aus Stahl in das Magnetfeld gebracht, welches das Magnetfeld lokal abschirmt. Mit ihm kann ein einzelner Elektronenstrahl „ausgefädelt“ werden. Die Elektronenquelle (Kanone), die Beschleunigungsstruktur, das Ablenkrohr und alle Elektronenbahnen befinden sich in einer gemeinsamen Hochvakuumkammer. Wegen der scharfen Resonanzbedingung haben die im Mikrotron erzeugten und beschleunigten

Elektronen eine äußerst geringe Energieunschärfe (z. B. nur 35 keV bei einem kommerziellen, medizinischen 22 MeV-Mikrotron). Der Elektronenstrahl kann deshalb ohne merkliche Intensitätsverluste auch durch ausgedehnte Strahlführungssysteme vom Beschleunigungsort weggeführt werden. Für medizinische Anwendungen ist es prinzipiell sogar möglich, mehrere Behandlungsplätze von einer einzigen Beschleunigeranlage versorgen zu lassen.

8.2 Resonanzbedingungen beim Mikrotron

Für den Bahnradius geladener Teilchen in homogenen Magnetfeldern gilt:

$$r = \frac{mv}{qB}$$

Die Kreisfrequenz ω ist gegeben durch: $\omega = \frac{v}{r}$

Mit $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ergibt sich somit für die Umlaufzeit des Elektrons im Magnetfeld:

$$T = \frac{2\pi m}{qB}$$

Relativistische Elektronen bewegen sich mit nahezu konstanter Geschwindigkeit c . Nimmt ihre Masse bei der Beschleunigung zu, so erhöht sich durch die Zentripetalkraft auch ihr Bahnradius. Die Umlaufzeit nimmt daher wegen der konstanten Geschwindigkeit zu. Wird die relativistische Masse des Elektrons bei jedem Umlauf gerade um eine Ruhemasse erhöht, so beträgt sie nach n Umläufen $(n+1) \times m_0$. Für die Umlaufzeit T gilt daher für große n die Resonanzbedingung:

$$T_n = \frac{2\pi n m_0}{qB} \qquad \text{Gleichung 8-1}$$

Um die Umlaufzeit exakt auf die Phasen der beschleunigten Hochfrequenz abzustimmen, muss lediglich das Magnetfeld B entsprechend gewählt werden. Elektronen mit einer falschen Umlaufzeit werden durch Defokussierung in der Phase automatisch aus dem Nutzstrahl entfernt.

8.3 Das "race-track" Mikrotron

An diesem Beispiel erkennt man die Problematik des klassischen Mikrotrons. Wegen des relativ niedrigen Magnetfeldes steigt der Bahndurchmesser rasch auf sehr große Werte an. Daher liegen die maximal erreichbaren Energien beim klassischen Mikrotron bei 20 – 25 MeV. Einen Ausweg bietet das sogenannte „race-track-microtron“. Dabei wird der Magnet zur Erzeugung des Magnetführungsfeldes für die beschleunigten Elektronen in zwei Halbmagnete aufgeteilt, die räumlich voneinander getrennt aufgestellt werden. Der Raum zwischen den beiden Magneten ist magnetfeldfrei. Die Elektronen legen dann in diesem Zwischenraum geradlinige Bahnen zurück. Der freie Platz zwischen den beiden Magnethälften ermöglicht die Unterbringung größerer

Beschleunigerstrukturen. Statt eines einzelnen Hohlraumresonators wie beim Kreismikrotron kann zum Beispiel eine komplette Hochfrequenz-Beschleunigersektion verwendet werden, wie sie sonst bei Elektronen-Linearbeschleunigern verwendet wird. Wegen der Ähnlichkeit der Elektronenbahnen mit einer Rennbahn (race-track), werden solche Mikrotrons als „race-track Mikrotrons“ bezeichnet. Mit ihnen sind Elektronenenergien bis zu mehreren 100 MeV erreichbar. Die Umlaufbahnen für Elektronen verschiedener Energie sind wegen der hohen Energieschärfe durch die Resonanzbedingung wie beim Kreismikrotron eindeutig räumlich getrennt. Die Strahlextraktion wird mit einem beweglichen Magneten vorgenommen, der an die der gewählten Energie entsprechenden Stelle gebracht wird und dort das gewünschte Strahlenbündel auslenkt.

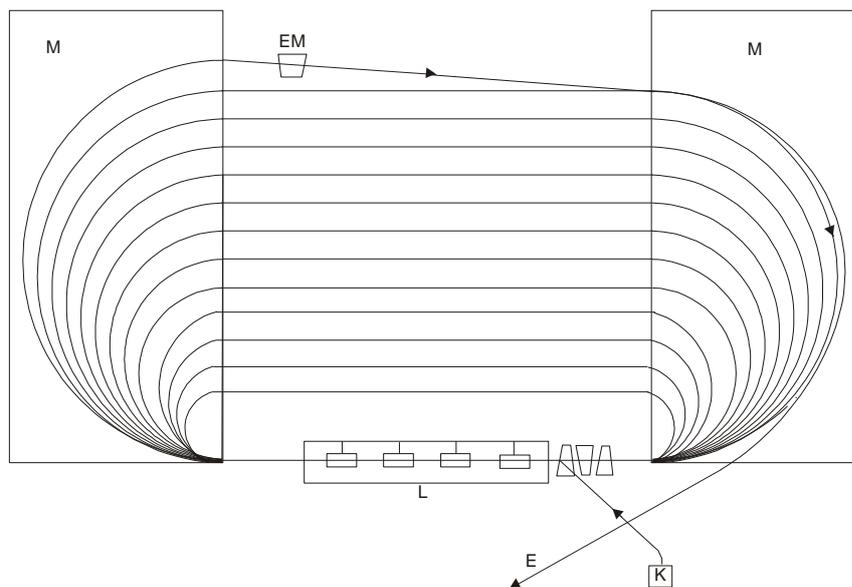


Abbildung 87: Aufbau eines race-track-Mikrotrons mit LINAC-Sektion (M: Umlenkmagnete, EM: beweglicher Extraktionsmagnet, K: Elektronenkanone, L: LINAC-Sektion, E: Elektronenstrahl)

8.4 Anwendungen des Mikrotrons

Das Mikrotron zeichnet sich durch eine hohe Strahlqualität aus. Daher ist das Mikrotron für Elektronenstreuexperimente mit einer hohen Energieauflösung besonders geeignet.

In der Medizin wird das Mikrotron zur Strahlentherapie mit energiereichen Elektronen genutzt. Wegen der hohen Energieschärfe des intrinsischen Elektronenstrahls haben Mikrotrons besonders günstige Elektronendosisverteilungen. Dennoch haben sich Mikrotrons wegen der hohen Magnetkosten und der aufwendigen großvolumigen Vakuumkammer bisher kaum klinisch durchsetzen können.

In der Industrie wird das Mikrotron zur Radiographie und zur Erzeugung von Strahlschäden in Festkörpern verwendet.

9 Das Zyklotron

9.1 Zyklotron

Ein Teilchen der Ladung q und der Geschwindigkeit v , welches sich geradlinig senkrecht zur Richtung eines Magnetfeldes B bewegt, erfährt die Kraft

$$F = qvB \text{ bzw. } \vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}) \quad \text{Gleichung 9-1}$$

Die Lorentzkraft kann angeschrieben werden als

$$q.v.B = m \frac{v^2}{r} \quad \text{Gleichung 9-2}$$

Durch Umformen erhalten wir die Winkelgeschwindigkeit ω

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{Bq}{m} \quad \text{Gleichung 9-3}$$

$$\text{daraus folgt } v = \frac{Bqr}{m}$$

Weiters gibt es eine Beziehung zwischen der kinetischen Energie, dem Magnetfeld und dem Radius:

$$T = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}q^2B^2r^2/m \quad \text{Gleichung 9-4}$$

9.1.1 Vertikale Fokussierung

Wie bei der Diskussion des Betatrons bereits abgeleitet gilt:

$$\frac{B_z}{B_{z0}} = \left(\frac{r}{r_0} \right)^{-n} \quad \text{Gleichung 9-5}$$

Der Feldindex n ist definiert als:

$$n = -\frac{r}{B_z} \frac{dB_z}{dr} = -\frac{d \ln B_z}{d \ln r} \quad \text{Gleichung 9-6}$$

Ein statisches Magnetfeld erfüllt immer die folgende Gleichung:

$$\frac{dB_r}{dz} = \frac{dB_z}{dr} \quad \text{Gleichung 9-7}$$

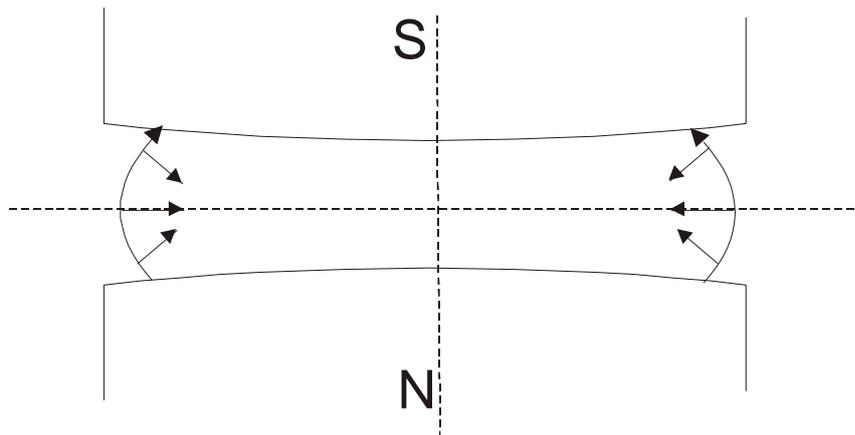


Abbildung 88: Magnetfeld im klassischen Zyklotron; die Lorentzkraft wirkt ober- und unterhalb der Mittelebene fokussierend

In der mittleren Ebene ist die radiale Komponente $B_r = 0$. Für kleine Entfernungen z , kann B_r folgendermaßen angeschrieben werden:

$$B_r = \frac{dB_r}{dz} z = \frac{dB_z}{dr} z = -\left(\frac{B_z \cdot n \cdot z}{r}\right) \quad \text{Gleichung 9-8}$$

Die vertikale Kraft F_z , die auf ein Teilchen in der Entfernung z von der mittleren Ebene wirkt, ergibt sich zu:

$$F_z = q \cdot v \cdot B_r = -\frac{q \cdot v \cdot B_z \cdot n \cdot z}{r} = -q \cdot \omega \cdot B_z \cdot n \cdot z = m \frac{d^2 z}{dt^2} \quad \text{Gleichung 9-9}$$

Wenn man berücksichtigt, dass $\omega = \frac{qB_z}{m}$, so erhält man für die vertikale Schwingung folgende

Gleichung:

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + n\omega^2 z = 0 \quad \text{Gleichung 9-10}$$

Wenn der Feldindex $n > 0$, also positiv ist, hat die Gleichung folgende Lösung:

$$z = A \sin(\sqrt{n} \cdot \omega \cdot t + \alpha) \quad \text{Gleichung 9-11}$$

A und α sind abhängig von den Randbedingungen.

Die Bedingung $n > 0$ impliziert, dass $\frac{dB_z}{dr} < 0$ und daraus folgt, dass das Magnetfeld mit dem Radius abnehmen muss, wenn die vertikale Schwingung begrenzt sein soll.

9.1.2 Radiale Fokussierung

Radiale Fokussierung erreicht man, wenn das Teilchen in einem Abstand r vom Zentrum, im Unterschied zum Radius r_0 , welcher der Bahn im Gleichgewicht entspricht, einer rücktreibenden Kraft ausgesetzt ist. Wenn man annimmt, dass $r > r_0$, muss die Lorentzkraft qvB bei Radius r schwächer sein, als qvB_0 bei r_0 . Auch die Zentrifugalkraft wird abnehmen. Diese Kräfte resultieren in radialer Schwingung, wie bei der vertikalen Fokussierung. Wenn $r - r_0$ eine kleine Größe ist, ergibt sich:

$$r^{-n} \cong r_0^{-n} - nr_0^{-n-1}(r - r_0) \quad \text{Gleichung 9-12}$$

Wenn man diesen Zusammenhang in

$$\frac{B_z}{B_{z0}} = \left(\frac{r}{r_0}\right)^{-n} \quad \text{Gleichung 9-5}$$

einsetzt erhält man für B_z :

$$B_z = B_{z0} \left(1 - n \frac{r - r_0}{r_0}\right) \quad \text{Gleichung 9-13}$$

Die radiale Kraft produziert vom magnetischen Feld ist dann:

$$F_r = -qB_{z0} \left(1 - n \frac{\rho}{r_0}\right) v \quad \text{Gleichung 9-14}$$

mit $\rho = r - r_0$

Wenn das Teilchen sich von der Gleichgewichtsbahn entfernt, wird es eine radiale Beschleunigung

$\frac{d^2 r}{dt^2}$ und eine Zentripetalbeschleunigung $-\omega^2 r = -v^2 / r$ erfahren. Die Newtonsche Gleichung

kann als

$$m \left(\frac{d^2 r}{dt^2} - \frac{v^2}{r} \right) = -qB_{z0} \left(1 - n \frac{\rho}{r_0}\right) v \quad \text{Gleichung 9-15}$$

oder nach Division durch m als

$$\ddot{r} - \frac{v^2}{r} = -\omega_0 \left(1 - n \frac{\rho}{r_0}\right) v \quad \text{Gleichung 9-16}$$

angeschrieben werden.

Da ρ sehr klein ist, kann man

$$\frac{1}{r} \cong \frac{1}{r_0} \left(1 - \frac{\rho}{r_0}\right) \quad \text{Gleichung 9-17}$$

setzen und

$$\ddot{\rho} - \frac{v^2}{r} = -\omega_0 \left(1 - n \frac{\rho}{r_0} \right) v \quad \text{Gleichung 9-16}$$

zu

$$\ddot{\rho} + \omega_0^2 (1 - n) \rho = 0 \quad \text{Gleichung 9-18}$$

transformieren.

Das ist eine Gleichung für kleine radiale Schwingungen. Wie im Falle der vertikalen Fokussierung, werden für $n < 1$ harmonische Schwingungen auftreten.

Aus

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + n \omega^2 z = 0 \quad \text{Gleichung 9-10}$$

und

$$\ddot{\rho} + \omega_0^2 (1 - n) \rho = 0 \quad \text{Gleichung 9-18}$$

folgen die Kreisfrequenzen für vertikale und radiale Schwingungen

$$\omega_z = \sqrt{n} \omega_0 \quad \text{Gleichung 9-19}$$

$$\omega_r = \sqrt{(1 - n)} \omega_0 \quad \text{Gleichung 9-20}$$

mit der Bedingung, dass $0 < n < 1$.

In einem Zyklotron hat n den Wert 0 im Zentrum, der mit dem Radius geradlinig zunimmt. Wenn $n = 0,2$ ist, dann ergibt sich

$$\frac{\omega_r}{\omega_z} = \left(\frac{1 - n}{n} \right)^{1/2} = 2 \quad \text{Gleichung 9-21}$$

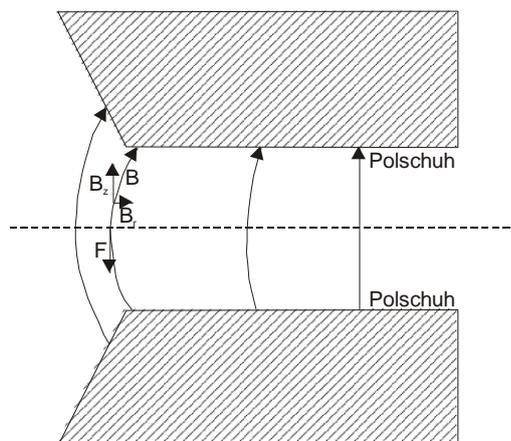


Abbildung 89: Magnetfeldlinien in einem Zyklotron

9.1.3 Synchronisation

Die Teilchen in einem Zyklotron tendieren dazu, eine Phase zu erreichen, welche eine weitere Beschleunigung ermöglicht.

Beispiel: Zyklotron zur Beschleunigung von Deuteronen (20 MeV):

Das durchschnittliche magnetische Feld, welches von den Teilchen wahrgenommen wird, ist um 1,5 % kleiner als im Zentrum. Die gesamte Abnahme des Feldes beträgt 3 %. Die Ruheenergie des Deuterons beträgt ca. $E_0 = 1860 \text{ MeV}$. Daraus ergibt sich bei voller Energie eine relative

Massenzunahme von $\frac{m_v}{m} = \frac{E_0 + T}{E_0} = \frac{1880}{1860} \hat{=} 1,08\%$, also eine durchschnittliche Massenzunahme

von 0,54 %. Die durchschnittliche Abnahme der Frequenz beträgt $1,5 + 0,54 = 2,04\%$ und die Phasenverschiebung in jedem Umlauf wird $2,04 \times 360^\circ / 100 = 7,3^\circ$ betragen (die gesamte Phasenverschiebung kann nur 90° sein). Daraus folgt, dass der gesamte Beschleunigungsprozess in $90^\circ / 7,3^\circ = 12$ Umläufen geschehen muss. Folgende maximale Spannung zwischen den Dees, mit einer Phasenverschiebung von 45° , ist zu erwarten:

$$V_{\max} = \frac{20000 \text{ kV}}{\left(\epsilon \times 12 \times \cos 45^\circ \right)} = 1180 \text{ kV}$$

9.1.4 Konstruktive Details eines Zyklotrons

Nach den vorangegangenen Abschnitten ist es möglich, die wichtigsten Parameter eines Zyklotrons festzulegen.

Wir wollen dies an Hand eines Beispiels mit zwei Zyklotronen mit der gleichen Energie von 20 MeV, eines für die Beschleunigung für Protonen und eines für die Beschleunigung von Deuteronen erklären.

Zuerst berechnen wir den Radius mit einem Magnetfeld von 15.000 Gauß. Der Radius folgt aus

$$T = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} q^2 B^2 r^2 / m \quad \text{Gleichung 9-4:}$$

$$R = \frac{\sqrt{2 T m}}{q B} = \frac{\sqrt{2 V m}}{B} \quad (V \text{ in eV}).$$

Daraus folgen die Radien:

$$R = 0,43 \text{ m} \text{ für } 20 \text{ MeV Protonen}$$

$$R = 0,61 \text{ m} \text{ für } 20 \text{ MeV Deuteronen}$$

Wir wählen eine relative Zunahme von 3 % für das Magnetfeld. Daraus folgt, dass das Feld im Zentrum 15.450 Gauß haben muss. Die Teilchen werden eine Massenzunahme von 2,14 % für Protonen und 1,08 % für Deuteronen erfahren.

Die Frequenzen folgen aus dem Ausdruck $f = \frac{qB}{2\pi m}$. Ihre Werte an den Stellen $r = 0$ und $r = R$

betragen:

$$\begin{aligned} f_0 &= 23,6 \text{ Mc/s} \\ f_r &= 22,4 \text{ Mc/s} \end{aligned} \quad \text{für Protonen}$$

und

$$\begin{aligned} f_0 &= 11,8 \text{ Mc/s} \\ f_r &= 11,3 \text{ Mc/s} \end{aligned} \quad \text{für Deuteronen, wobei Mc/s...Mega cycles/second}$$

Die Spannung zwischen den Dees beträgt 300 kV für Protonen und 150 kV (halber Wert) für Deuteronen. In der Praxis verwendet man 400 kV für Protonen und 200 kV für Deuteronen. Es wurden jedoch nur sehr wenige Zyklotrone für die Beschleunigung von Protonen gebaut. Mit dem Zyklotron für 20 MeV Deuteronen, das wir uns vorher angesehen haben, kann man Protonen auf 10 MeV und α -Teilchen auf 40 MeV beschleunigen.

9.2 Das Synchro-Zyklotron = Frequenz-moduliertes Zyklotron

Das Synchro-Zyklotron kann als konventionelles Zyklotron beschrieben werden, indem sich die Frequenz der Schwingungen abhängig von den Dees periodisch mit der Zeit ändern. In einem Zyklotron nimmt die Umlauffrequenz

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{qB}{2\pi m}$$

ab, wenn die Energie zunimmt (wegen der relativistischen Massenzunahme und da das Magnetfeld mit dem Radius abnimmt). Wenn die Umlauffrequenz konstant gehalten wird, kommt es zu einem Fehler in der Synchronisation.

Will man die Phasenstabilität in einem Synchro-Zyklotron untersuchen, muss man ein ideales Teilchen, dessen Umlauffrequenz der Beschleunigungsspannung zu jedem Zeitpunkt entspricht, definieren. Das synchronisierte Teilchen kann den Beschleunigerspalt durchqueren.

Die alternierende Spannung zwischen den Dees definiert man als $V_{\max} \sin \left[\int_0^t \omega_s(t) dt \right]$ mit der

Winkelgeschwindigkeit ω_s des synchronisierten Teilchens. Die Phase φ_s wird durch den Energiegewinn bei jeder Durchquerung des Beschleunigungsspalt zwischen den Dees definiert.

Da pro Umlauf zwei Durchquerungen stattfinden, beträgt der Energiegewinn pro Umlauf $2qV_{\max} \sin \varphi_s$. Wenn man sich nun ein Teilchen vorstellt, das eine andere Phase als das synchronisierte Teilchen hat ($\varphi_1 > \varphi_s$), wird seine Winkelgeschwindigkeit immer kleiner.

Unter der Berücksichtigung der Energien W und W_s ergibt sich:

$$\omega = \frac{qBc^2}{W}$$

$$\omega_s = \frac{qBc^2}{W_s}$$

Gleichung 9-22

Da $\omega_s > \omega$ wird die Umlaufperiode länger sein als die des synchronisierten Teilchens.

9.2.1 Konstruktion eines typischen Synchro-Zyklotrons

In diesem Abschnitt wird das Design eines Synchro-Zyklotrons zur Beschleunigung von Protonen auf 500 MeV untersucht. Die Massenzunahme der Protonen beträgt 53,2 %, die Ruhemasse des Protons beträgt 938 MeV, was einen relativistischen Ansatz nötig macht.

Nimmt man ein Magnetfeld von 20.000 Gauss (=2 Weber/m²) an, ergibt sich der maximale Radius zu:

$$R = \frac{\sqrt{E^2 - E_0^2}}{qcB} = \frac{\sqrt{438^2 - 938^2} \cdot 10^6}{3 \times 10^8 \times 2} = 1,82m$$

Die Magnetfeldabnahme spielt beim Synchro-Zyklotron keine so große Rolle wie beim Zyklotron (ca. 5 %). Das resultierende Feld im Zentrum kann daher einen Wert von 21.000 Gauss annehmen. Mit $W = 938 \text{ MeV}$ kann die Winkelgeschwindigkeit im Zentrum mit $20,1 \times 10^7 \text{ rad/s}$ abgeschätzt werden und die Frequenz im Zentrum beträgt 32,1 MHz.

Mit einer Synchronisationsphase $\varphi_s = 30^\circ$ wird der Energiegewinn pro Umlauf $2qV_{\max} \sin \varphi_s = 15 \text{ keV}$ betragen. Die gesamte Energie wird nach $500/0,015 = 33.440$ Umläufen zur Verfügung stehen. Die Frequenzänderung wird 10.650 MHz betragen. Wenn $\varphi_s = 30^\circ$ und $2qV_{\max} \sin \varphi_s = 15 \text{ keV}$ ist das Frequenzintervall für den Einfang in Phasenstabilität 0,122 MHz. Nur Teilchen mit einer Frequenz von 32,161 MHz bis 32,039 MHz werden eine Endenergie von 500 MeV erreichen.

Wenn die Frequenz ihren minimalen Wert erreicht hat, muss sie wieder zunehmen. Dies braucht genauso lange wie die Abnahme und ist für die Beschleunigung von Nutzen. Der Strahl eines Synchro-Zyklotrons erscheint in der Form von kurzen bunches (11,4 μs), getrennt durch Zeitintervalle, in denen die Frequenz zunimmt bzw. ein neuer bunch beschleunigt wird.

9.3 Das Isochron-Zyklotron

Eine andere Möglichkeit, die Teilchen in einem Zyklotron auf höhere Bewegungsenergien zu beschleunigen, besteht darin, die Magnetfeldstärke mit zunehmendem Radius proportional zu γ zu erhöhen. Im relativistischen Bereich bleibt die Umlaufzeit dann konstant (daher die Bezeichnung „Isochron“-Zyklotron).

Die Bedingung für Synchronisation lautet:

$$\langle \omega \rangle = \frac{v}{\langle r \rangle} = \frac{q \langle B \rangle}{m} = \frac{q \langle B \rangle}{m_0} \sqrt{1 - \beta^2} = \frac{q B_0}{m_0} = \text{const} \quad \text{Gleichung 9-23}$$

Das Symbol $\langle \rangle$ bedeutet eine Mittelung über einen Umlauf und der Index 0 beschreibt ein Teilchen bzw. ein Feld im Zentrum der Maschine. Das mittlere Feld ist gegeben durch:

$$\langle B \rangle = B_0 \left[1 - \left(\frac{\omega \langle r \rangle}{c} \right)^2 \right]^{-1/2} \quad \text{Gleichung 9-24}$$

Es ist üblich den Feldindex in diesen Maschinen folgendermaßen zu definieren:

$$k = \frac{\langle r \rangle}{\langle B \rangle} \frac{d \langle B \rangle}{d \langle r \rangle} \quad \text{Gleichung 9-25}$$

Mit

$$\langle B \rangle = B_0 \left[1 - \left(\frac{\omega \langle r \rangle}{c} \right)^2 \right]^{-1/2} \quad \text{Gleichung 9-24}$$

ergibt dies nach Differentiation und dem Einsetzen von $v = \langle r \rangle \langle \omega \rangle$:

$$k = \frac{1}{\left(\frac{c}{\omega \langle r \rangle} \right)^2 - 1} = \frac{\beta^2}{1 - \beta^2} \quad \text{Gleichung 9-26}$$

Für ein ansteigendes Magnetfeld müssen die Polflächen konkav gewölbt sein, der Feldindex muss also negativ sein. Das hätte beim klassischen Zyklotron die fatale Folge, dass die vertikale Fokussierung verloren ginge. Der beim Isochron-Zyklotron gefundene Ausweg (Thomas, 1938), besteht in einer azimuthalen Variation der Magnetfeldstärke bzw. Polkontur. In jedem Sektor ist zwar der Feldindex noch negativ, aber das über den Umfang gemittelte Magnetfeld steigt mit r an.

Es wechseln sich zwei Sektoren ab. Der eine Sektor erhöht das Feld und wird „Hill“ genannt, der andere reduziert das Feld und wird „Valley“ genannt. Die Teilchenbahn ist nicht mehr ein Kreis, sondern nimmt die Form einer polygonen Kurve an

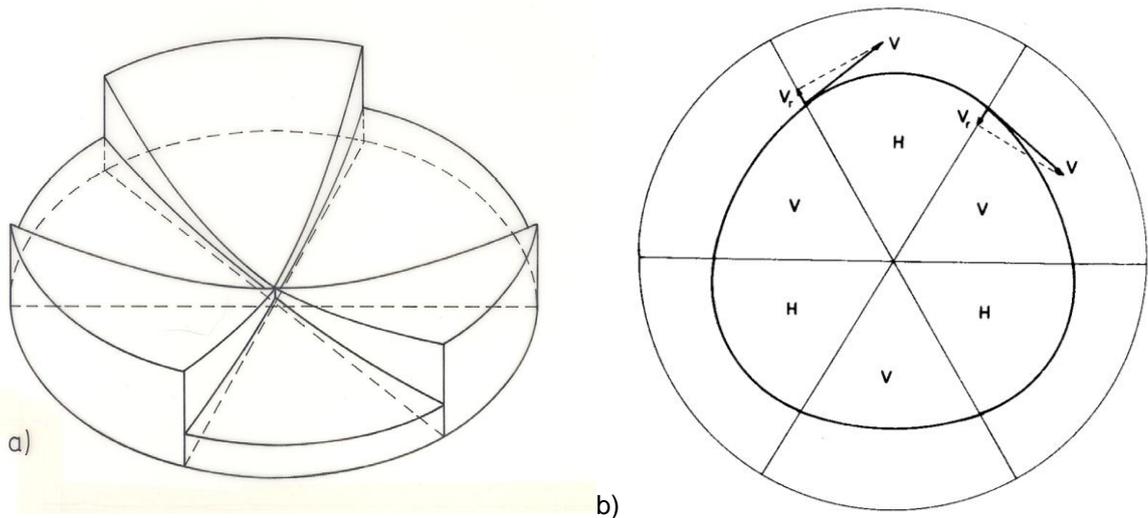


Abbildung 90: FFAg-Zyklotron (fixed field alternating gradient cyclotron): a) Polfläche beim Isochron-Zyklotron²⁵; b) Teilchenbahn eines in azimuthaler Richtung variierenden Feldes eines Zyklotrons (die radiale Komponente der Geschwindigkeit v_r ist an der Grenze zwischen Hills und Valleys dargestellt)

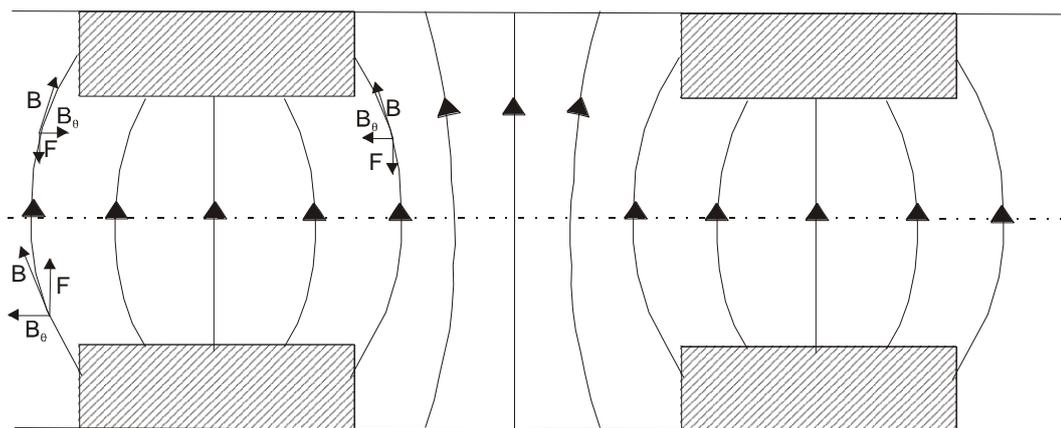


Abbildung 91: Kraftfeld zwischen den „Bergen“ und den „Tälern“. Die azimuthale Komponente des Feldes oberhalb und unterhalb des mittleren B-Feldes B_θ und die radiale Geschwindigkeit v_r verursachen die fokussierende Kraft.

Das Teilchen hat eine von null verschiedene ("non-zero") radiale Komponente der Geschwindigkeit v_r . Die Hills und Valleys haben eine von null verschiedene azimuthale Komponente B_θ .

B_θ verursacht eine vertikale fokussierende Kraft F_z für Teilchen außerhalb der mittleren Ebene. Passiert ein Teilchen einen Sektor höherer Feldstärke (Hill), so wird es stärker Richtung Zentrum beschleunigt, passiert ein Teilchen einen Sektor geringerer Feldstärke (Valley), steigt der Radius seiner Bahn. Dank dieser Fokussierungswirkung ist die Teilchenbahn des Isochron-Zyklotrons stabil.

Für die Analyse von Betatron-Schwingungen in einem **FFAG-Zyklotron (fixed-field alternating gradient cyclotron)** werden vielfach Simulationsprogramme eingesetzt.



Abbildung 92: PSI, Hamburg, Jülich, Karlsruhe; Protonenenergie: 17 - 38 MeV oder 1 – 17 MeV using a degrader Target, Protonenstrom: 100 nA – 25 μ A, Protonenfluss: 10^{14} Protonen/cm² in 700 s bei 100 nA ²⁶

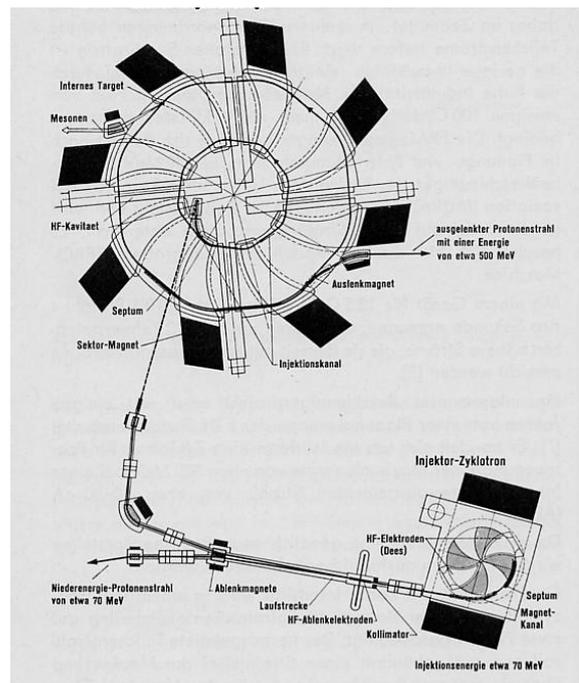


Abbildung 93: PSI 590 MeV Isochron Zyklotron, primär (rechts unten: 70 MeV)

10 Das Elektronen-Synchrotron

Beim Betatron ist die maximal erreichbare Energie durch den minimalen Energiegewinn pro Umlauf limitiert. Ein Versuch, dies zu umgehen, wäre der Einbau einer Resonanzkapazität. Dies wurde beim Elektronen-Synchrotron verwirklicht.

Die Frequenz der umlaufenden Teilchen lautet:

$$f = \frac{c}{2\pi r_0} = \frac{47,8}{r_0} \text{ MHz} \quad \text{Gleichung 10-1}$$

Der Radius r_0 wird in Metern angegeben.

Die Bedingung für Synchronisation setzt voraus, dass die elektrische Frequenz den gleichen konstanten Wert hat. Synchronisation ist gegeben, wenn die Beziehung zwischen der Kreisfrequenz, dem Magnetfeld und der Energie

$$\omega_s = \frac{qBc^2}{W_s} \quad \text{Gleichung 10-2}$$

erfüllt ist. Der Index s steht für synchronisierte Teilchen.

Die synchronisierte Energie nimmt mit der Zeit zu, wenn das Magnetfeld zunimmt. Es ist nahe liegend, dass die Theorie für das Synchro-Zyklotron auch für das Elektronen-Synchrotron gültig ist, wobei beim Elektronen-Synchrotron die Strahlenemission durch die beschleunigten Teilchen zu berücksichtigen ist.

10.1 Strahlenemission in einem Elektronen-Synchrotron – Synchrotronstrahlung

Bei Elektronenbeschleunigern ist die erreichbare Energie im Synchrotron begrenzt durch Synchrotronstrahlung. Der Energieverlust eines Teilchens mit Lichtgeschwindigkeit beträgt pro Umlauf:

$$E_r = \frac{4}{3} \pi \frac{q^2}{r} \left(\frac{W}{mc^2} \right)^4 = 8,9 \times 10^{-14} \frac{W^4}{r} \quad \text{Gleichung 10-3}$$

Die Energie wird in MeV und der Radius in Metern angegeben.

Wenn man zwei Synchrotrone mit der Endenergie $T_f = 500 \text{ MeV}$ und der Endenergie $T_f = 1,5 \text{ GeV}$ betrachtet, dann ist die kinetische Energie in beiden Fällen größer als die Restenergie. Man schreibt:

$$W \cong T \cong qBrc \quad \text{Gleichung 10-4}$$

Nimmt man eine Feldstärke von 12 kG an, ergeben sich die Radien zu 1,39 m im ersten Fall und 4,17 m im zweiten Fall. Der Energieverlust beträgt dann 4 keV bzw. 107 keV für die Synchrotrone.

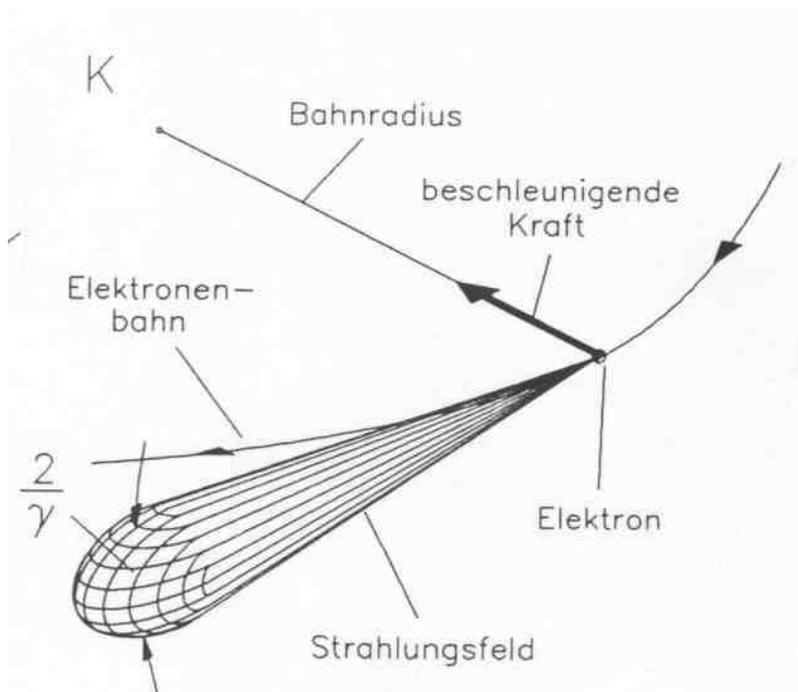


Abbildung 94: Abstrahlungswinkel der Photonen²⁷

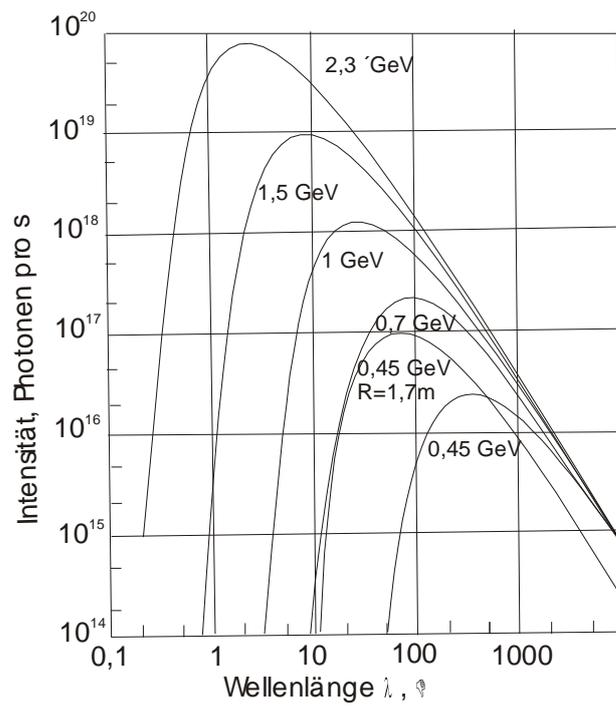


Abbildung 95: Spektrum der Strahlung eines 2,5 GeV Elektronensynchrotrons in Bonn

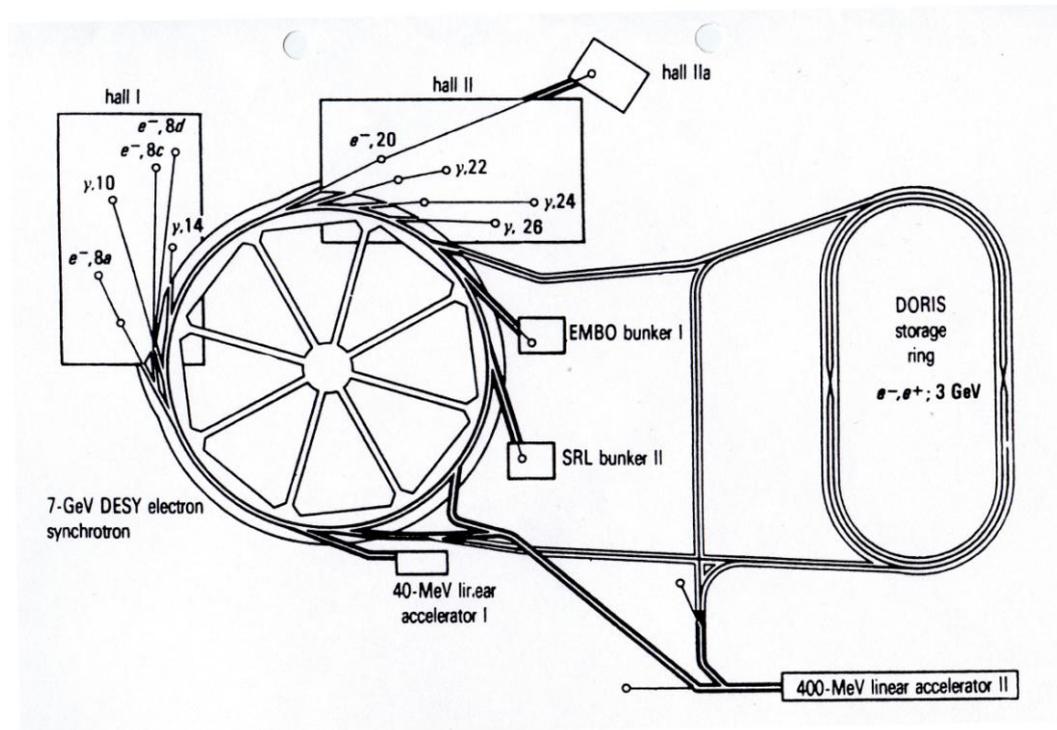


Abbildung 96: Elektronensynchrotron DESY (Hamburg, Status 1973/74); anschauliche Skizze für den Aufbau eines Elektronensynchrotrons

10.2 Ablenkungs- und Fokussierungsmagnete

Im Beschleunigerbau kommen unterschiedliche Magnete zum Einsatz. Die 4 wichtigsten Magnete und deren Aufgaben seien hier angemerkt:

- **Dipolmagnete** zur Veränderung der Flugrichtung eines Teilchenstrahls
- **Quadrupol- und Sextupolmagnete** zur Fokussierung eines Strahlbündels
- **Kickermagnete**, um Teilchenpakete aus dem Beschleunigungssystem zu lenken
- **Wiggler-Magnete** zu Erzeugung von Synchrotronstrahlung

10.2.1 Dipolmagnete

Um beschleunigte Teilchen auf einer Sollbahn kreisen zu lassen, sind Dipolmagnete, welche senkrecht zur Ausbreitungsrichtung platziert sind, notwendig. Durch die Lorentzkraft, welche senkrecht zur Bewegungs- und Magnetfeldrichtung wirkt, werden die beschleunigten Teilchenpakete auf der gewünschten Bahn gehalten. Die Lorentzkraft ist abhängig von der Ladung des Teilchens und vom Magnetfeld.

Dipolmagnete bestehen aus einem Eisenjoch (U-förmig), um dessen Enden Magnetspulen gewickelt sind. Im Zwischenraum bildet sich so ein homogenes Magnetfeld aus. Hier befindet sich die Vakuumröhre, in der sich die Teilchen bewegen.

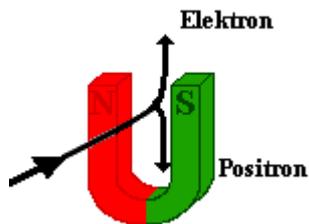


Abbildung 97: Funktionsweise eines Dipolmagneten

Auf Grund hoher Teilchenimpulse müssen Dipolmagnete starke Magnetfelder erzeugen, da der Bahnradius der Teilchen sonst zu groß sein würde. Um diese Feldstärken zu erreichen, werden immer häufiger supraleitende Spulen verwendet. Durch diese Spulen können höhere elektrische Ströme annähernd verlustfrei fließen und somit stärkere Magnetfelder erzeugt werden (5 bis 8 Tesla).



Abbildung 98: Dipolmagnet: Eisenkern und zwei getrennte Magnetspulen mit ihren Wicklungen und Anschlüssen.²⁸

10.2.2 Quadrupolmagnete

Quadrupolmagnete bestehen aus vier Eisenkernen, die symmetrisch angeordnet sind. Um die Eisenkerne sind vier Spulen gewickelt. Durch den Spulenstrom bilden sich zwei Südpole und zwei Nordpole aus. Im idealen Orbit heben sich die Wirkungen der Magnetfelder gegenseitig auf. Durchfliegen Teilchen den Magneten nicht im idealen Orbit, erfahren sie eine Lorentzkraft. Je nach Lage werden sie zum idealen Orbit gelenkt bzw. vom ihm weggelenkt.

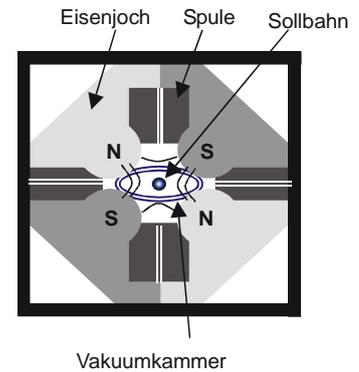
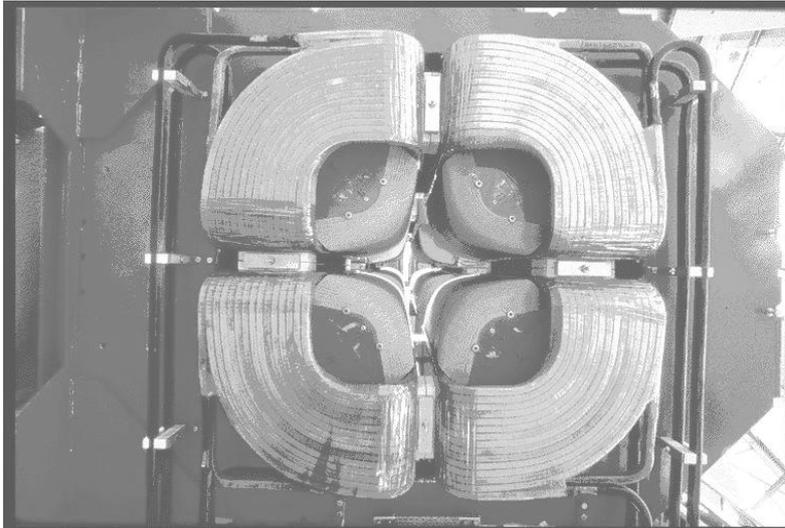


Abbildung 99: Quadrupolmagnet (Fotografie und Schema)²⁹

Auf Grund des Feldlinienverlaufs wirken Quadrupolmagnete in einer Richtung fokussierend und in der dazu senkrechten Richtung defokussierend:

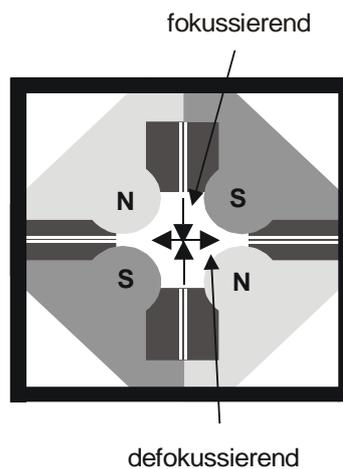


Abbildung 100: Fokussierende und defokussierende Wirkung eines Quadrupolmagneten

Um die Teilchen in einem engen Strahl zu bündeln, verwendet man die in Abbildung 101 dargestellte Magnetpolanordnung: Dazu werden in einem Beschleuniger meist zwei Quadrupolmagnete hintereinander angebracht, diese aber um 90° zueinander verdreht, so dass sie in Kombination den Strahl fokussieren. Quadrupolmagnete wirken auf Teilchenstrahlen fast wie fokussierende Linsen optischer Systeme auf Licht.

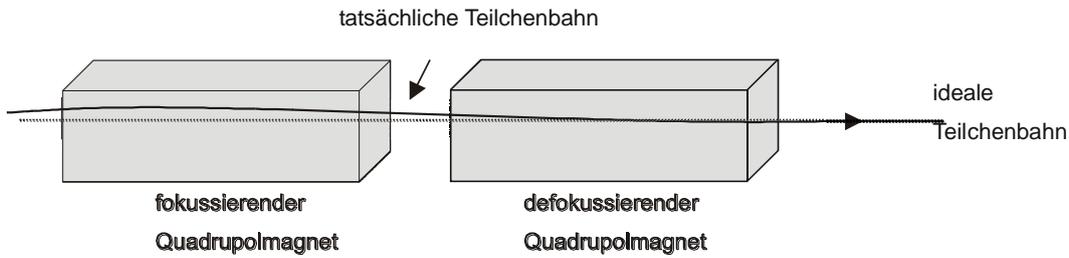


Abbildung 101: Zwei hintereinander geschaltete Quadrupolmagnete, welche um 90° verdreht sind

10.2.3 Sextupolmagnet

Der Quadrupolmagnet fokussiert die Teilchen, so dass sie im idealen Orbit fliegen. Hingegen der Sextupolmagnet fokussiert Teilchen, die auf Grund ihrer unterschiedlichen Impulse durch den Quadrupolmagneten in Flugrichtung defokussiert wurden. Der Sextupolmagnet ermöglicht eine zusätzliche Impulsfokussierung.



Abbildung 102: Sextupolmagnet³⁰

10.2.4 Kickermagnet

Kickermagnete sind spezielle Dipolmagnete. Sie werden eingesetzt, um beschleunigte Teilchen aus dem oder in das Beschleunigungssystem zu lenken. Kickermagnete müssen innerhalb von ca. 10^{-7} Sekunden das Ablenkmagnetfeld erzeugen, damit nur ein Teilchenpaket abgelenkt wird. Die eigentliche Problematik besteht daher in den angeführten schnellen Schaltzeiten.

Aus diesem Grund werden Kickermagnete nicht mit Eisenkernen, sondern mit Ferritkernen ausgestattet. In Ferrit entstehen bei der Magnetisierung keine Wirbelströme, die die "Aufbauzeit des Feldes" verlängern würden. Ähnlich verzögernd würden die vielen Windungen der Magnetspule wirken. Man verwendet daher nur eine Spulenwindung und vergrößert die Stromstärke in dieser Windung gegenüber einer normalen Spule entsprechend.

10.2.5 Wiggler-Magnet

Wiggler-Magnete werden zur Erzeugung von Synchrotronstrahlung verwendet. Ein Wiggler-Magnet besteht aus mehreren kurzen Ablenkmagneten abwechselnder Polarität. Durchfliegt ein Elektron den Wigglermagneten, wird es mehrmals abgelenkt und gibt dabei Energie in Form von Synchrotronstrahlung ab. Die einzelnen Strahlablenkungen sind dabei sehr klein, die entstehende Strahlung summiert sich aber zu hoher Intensität. Diese Synchrotronstrahlung ist scharf in Vorwärtsrichtung gebündelt und polarisiert.

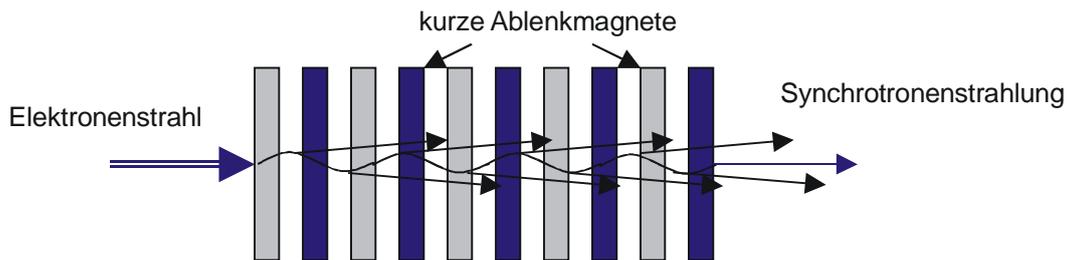


Abbildung 103: Wiggler-Prinzip zur Erzeugung von Synchrotronstrahlung

10.3 Vakuum

Um Stöße der beschleunigten Teilchenpakete mit Luftmolekülen zu vermeiden, wird die beamline evakuiert. Drücke in der Größenordnung von 10^{-6} bis 10^{-10} hPa definieren das hohe Vakuum. Trotz des sehr guten Vakuums ist die Anzahl der noch vorhandenen Gasmoleküle etwa 100.000 pro cm^3 (verglichen mit $2,7 \times 10^{16}$ pro cm^3 bei normalem Luftdruck).

10.3.1 Erzeugung des Vakuums

Ein Vakuum zu erzeugen, das die obigen Bedingungen erfüllt, erfordert extrem hohen technischen Aufwand. Die Herstellung der Vakuumkammern erfordert neben speziellen Schweiß- und Löttechniken vor allem spezielle Verfahren zur Reinigung der Oberflächen. Die Vakuumkammern müssen chemisch gereinigt werden, da sich Verunreinigungen der Kammern nur sehr langsam im Vakuum lösen. Dies hätte eine andauernde Verschlechterung des Vakuums zur Folge. Nach der chemischen Reinigung werden die Kammern unter Vakuum auf ca. 400°C aufgeheizt, damit an der Vakuumkammer gebundene Moleküle gelöst und abgesaugt werden. In Kreisbeschleunigern tritt zusätzlich das Problem der Synchrotronstrahlung auf. Diese trifft auf die Wände der Vakuumkammern und führt zu starken lokalen Temperaturunterschieden. Dadurch können sich gebundene Moleküle von der Kammeroberfläche lösen und das Vakuum verschlechtern. Um dies zu vermeiden, werden an solchen Stellen wassergekühlte Absorber angebracht, die die Synchrotronstrahlung absorbieren und den

Temperaturunterschied ausgleichen. Das Vakuum selbst wird in mehreren Arbeitsschritten erzeugt, d.h. durch Hintereinanderschaltung unterschiedlicher Pumpen. Im ersten Schritt verwendet man konventionelle Rotationspumpen. Danach Turbomolekularpumpen und schließlich Ionengetterpumpen. Die Ionengetterpumpen sind über das ganze Beschleunigungssystem verteilt und arbeiten andauernd, um das erzeugte Vakuum aufrechtzuerhalten.

11 Das Prinzip der Fokussierung durch wechselnde Feldgradienten (AG = alternating gradient), starke Fokussierung

Bis jetzt wurde gezeigt, dass die radiale und vertikale Fokussierung immer ein Kompromiss zwischen zwei gegensätzlichen Bedingungen ist. Ein Feld, welches stark mit dem Radius abnimmt ermöglicht eine gute vertikale Fokussierung. Andererseits benötigt die radiale Fokussierung ein Feld, welches entweder mit dem Radius zunimmt oder nicht stärker als mit $1/r$ abnimmt.

Sowohl vertikale als auch radiale Schwingungen sind an den Feldindex n gebunden ($0 < n < 1$).

Wenn $n > 1$ gibt es nur vertikale Fokussierung und wenn $n < 1$ nur radiale Fokussierung. 1949 baute Christophilos eine Maschine, die auf einer anderen Bedingung, als $0 < n < 1$, beruhte. Er konstruierte gedanklich einen zirkularen Beschleuniger, in dem das Feld abwechselnd zu- und abnimmt.

Eine ähnliche Konstruktion haben wir bereits beim Isochron-Zyklotron nach Thomas kennen gelernt.

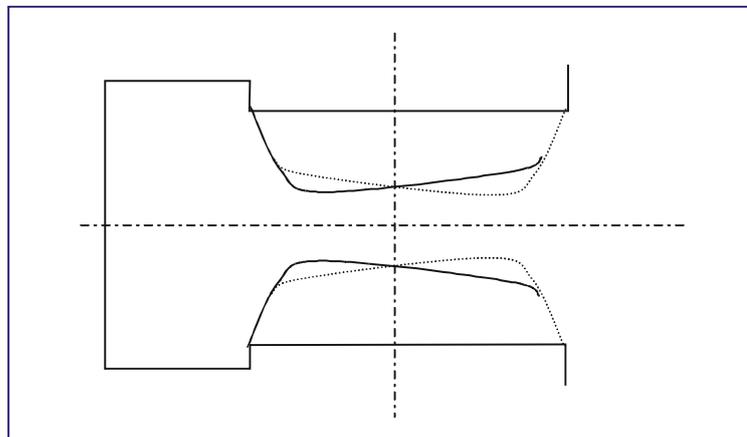


Abbildung 104: Profil der Polschuhe in einem stark fokussierenden Synchrotron. Die gepunktete Linie zeigt das Profil des nächsten Polschuhes

11.1 Quadrupol-Linsen

Das Prinzip der starken Fokussierung fand in LINACs sofort Anwendung. Die Wichtigkeit der Phasenstabilität in diesen Maschinen führte zur Notwendigkeit der elektrostatischen Defokussierung des Strahls mit drift tubes.

Die sich abwechselnden magnetischen Linsen (z. B. Quadrupole) ermöglichten die Fokussierung mit geringen Strahlverlusten.

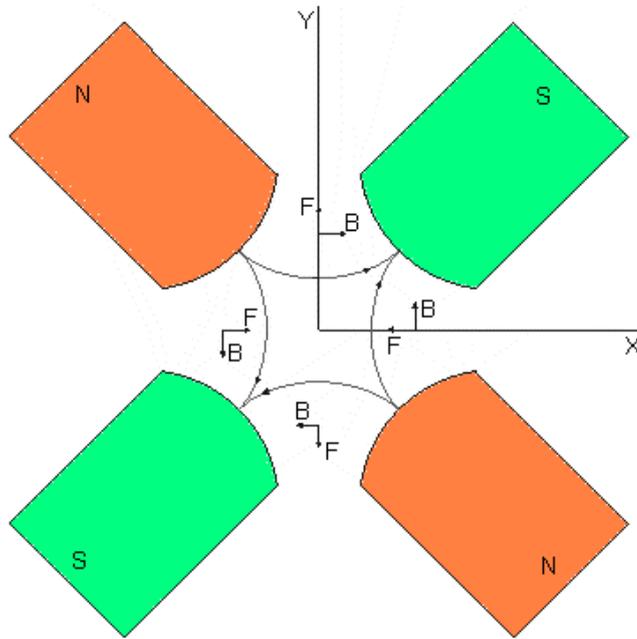


Abbildung 105: Feldverlauf in einem magnetischen Quadrupol

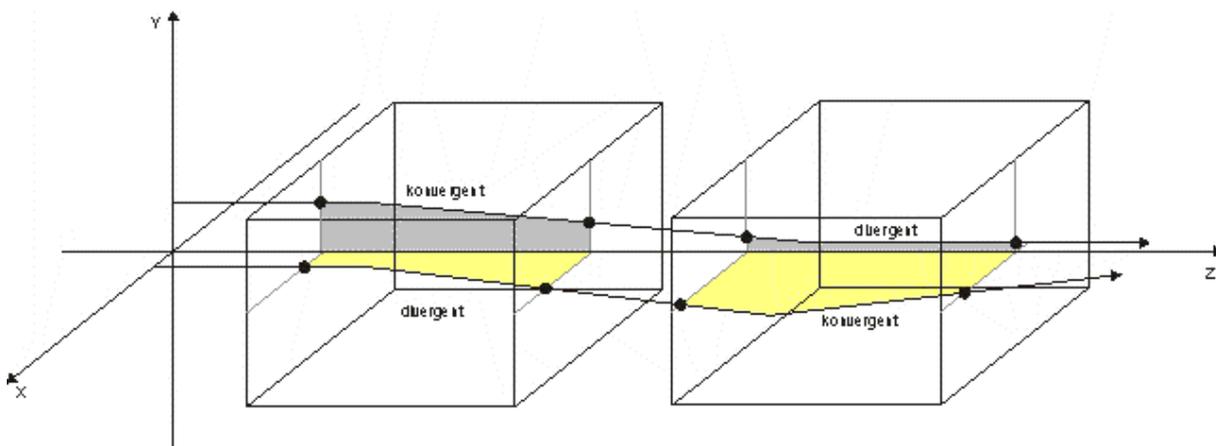


Abbildung 106: Teilchenbahn durch eine Quadrupollinse

Es kann gezeigt werden, dass die Kraftlinien hyperbolisch verlaufen und die Magnetfeldkomponenten durch folgende Gleichungen beschrieben werden können:

$$B_x = ky$$

$$B_y = kx$$

Gleichung 11-1

mit dem Feldgradienten k .

Die Teilchen bewegen sich entlang der z-Achse und die Kraft, die in einem Punkt (x,y) wirkt, hat folgende Komponenten:

$$F_x = -qvB_y = -qvkx$$

Gleichung 11-2

$$F_y = qvB_x = qvky$$

Die Bewegungsgleichungen können als

$$m\ddot{x} = -qvkx$$

Gleichung 11-3

$$m\ddot{y} = qvky$$

angeschrieben werden.

Die Bewegungsgleichung wird beschrieben durch die 2. Ableitung nach der Zeit. Mit der Substitution $dz = vdt$ erhält man:

$$x'' + \omega^2 x = 0 \quad \text{und} \quad y'' - \omega^2 y = 0 \quad \text{mit} \quad \omega^2 = \frac{qk}{mv}$$

Gleichung 11-4

Wenn $k < 0$, dann ändert sich die Gleichung für x in die für y und umgekehrt. Die Lösungen für diese Gleichungen sind bekannt. Sie sind Linearkombinationen von Sinus und Kosinus in der ersten Gleichung und von Sinushyperbolicus und Kosinushyperbolicus in der zweiten Gleichung:

$$x = x_0 \cos(\omega z) + x'_0 \omega^{-1} \sin(\omega z)$$

Gleichung 11-5

$$x' = -x_0 \omega \sin(\omega z) + x'_0 \cos(\omega z)$$

in der fokussierenden Ebene und

$$y = y_0 \cosh \omega z + y'_0 \omega^{-1} \sinh \omega z$$

Gleichung 11-6

$$y' = y_0 \omega \sinh \omega z + y'_0 \cosh \omega z$$

in der defokussierenden Ebene.

Die Gleichungen

$$x = x_0 \cos(\omega z) + x'_0 \omega^{-1} \sin(\omega z)$$

Gleichung 11-5

$$x' = -x_0 \omega \sin(\omega z) + x'_0 \cos(\omega z)$$

und

$$y = y_0 \cosh \omega z + y'_0 \omega^{-1} \sinh \omega z$$

Gleichung 11-6

$$y' = y_0 \omega \sinh \omega z + y'_0 \cosh \omega z$$

sind äquivalent zu den folgenden Matrizen-Gleichungen:

$$\begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix} = F \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\omega z) & \frac{1}{\omega} \sin(\omega z) \\ -\omega \sin(\omega z) & \cos(\omega z) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \end{pmatrix}$$

Gleichung 11-7

$$\begin{pmatrix} y \\ y' \end{pmatrix} = D \begin{pmatrix} y_0 \\ y'_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh(\omega z) & \frac{1}{\omega} \sinh(\omega z) \\ \omega \sinh(\omega z) & \cosh(\omega z) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_0 \\ y'_0 \end{pmatrix}$$

Gleichung 11-8

und die Matrix

$$O = \begin{pmatrix} 1 & s \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Gleichung 11-9

gehört zur Lösung von $x'' = 0$. Die Matrix O beschreibt die Bewegung über eine Distanz s im feldfreien Raum.

Die Eigenschaften einer stark fokussierenden Linse - bestehend aus zwei Quadrupolen der Länge L im Abstand s - werden durch die Matrix M beschrieben.

$$M = DOF = \begin{pmatrix} \cosh(\omega L) & \frac{1}{\omega} \sinh(\omega L) \\ \omega \sinh(\omega L) & \cosh(\omega L) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & s \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\omega L) & \frac{1}{\omega} \sin(\omega L) \\ -\omega \sin(\omega L) & \cos(\omega L) \end{pmatrix}$$

Gleichung 11-10

für Bewegungen in einer Ebene (z. B. : in der x-z-Ebene) und

$$N = FOD$$

Gleichung 11-11

in der anderen Ebene.

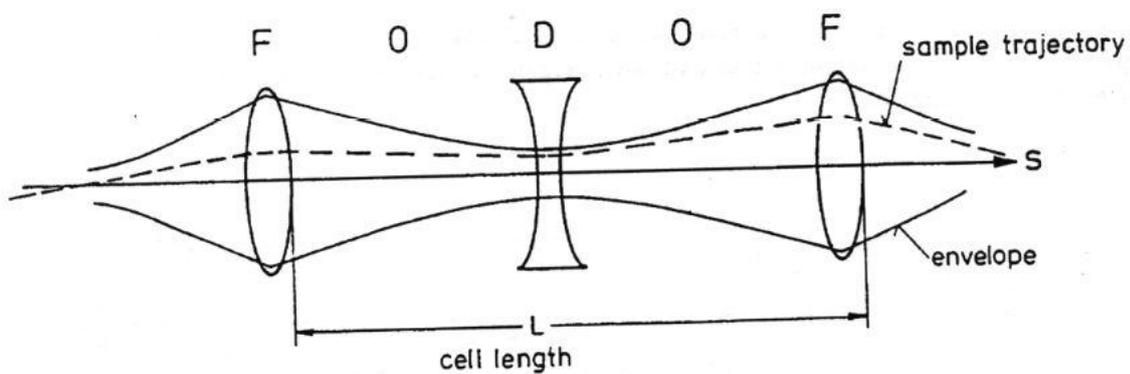


Abbildung 107: Schematische Darstellung einer Struktur mit fokussierenden (F) und defokussierenden (D) Linsen im Abstand s .²⁹ (Anmerkung: F = fokussierend, D = defokussierend, 0 = Null-Kraftlinsen)

11.2 Betatron-Schwingungen in stark fokussierenden Maschinen

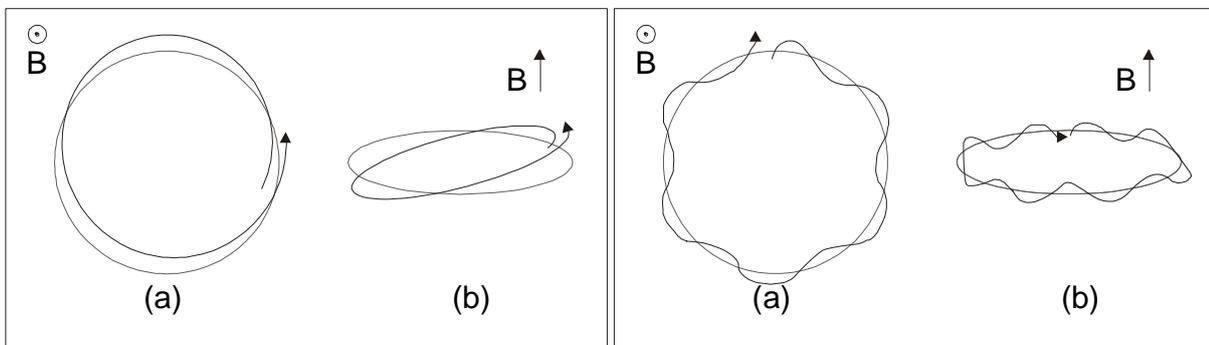


Abbildung 108: Vergleich: Betatronschwingungen in einem schwach fokussierenden (links) und in einem stark fokussierenden (rechts) Beschleuniger

Betatron-Schwingungen einer stark fokussierenden Maschine können mittels Matrizenrechnungen gelöst werden. In jeder Magnetsektion ist weiterhin die Gleichung für kleine radiale Schwingungen (Gleichung $\ddot{\rho} + \omega_0^2(1-n)\rho = 0$) gültig. Es ist nützlich eine Variable s als Länge entlang der Umlaufbahn anzugeben. $ds = vdt = \omega_0 r_0 dt$ und die transformierte Gleichung ergibt:

$$\frac{d^2 \rho}{ds^2} + (1-n) \frac{\rho}{r_0^2} = 0 \quad \text{Gleichung 11-12}$$

Aus der Definition

$$n = -\frac{r}{B_z} \frac{dB_z}{dr} = -\frac{d \ln B_z}{d \ln r} \quad \text{Gleichung 9-6}$$

erhält man für den Feldindex n :

$$\frac{n}{r_0^2} = -\frac{1}{B_0 r_0} \frac{dB}{dr} = -\frac{q}{p} \frac{dB}{dr} = -\omega^2 \quad \text{Gleichung 11-13}$$

wobei ω^2 jene Größe ist, die Quadrupol-Linsen charakterisiert.

Man erhält schließlich

$$\frac{d^2 \rho}{ds^2} + \left(1 - \frac{1}{n}\right) \omega^2 \rho = 0 \quad \text{Gleichung 11-14}$$

In stark fokussierenden Maschinen ist der Feldindex sehr hoch und kann n Werte von 200 oder mehr annehmen.

Da der Feldgradient und deshalb ω^2 alternierend in unterschiedlichen Sektoren ist, ergibt sich schlussendlich

$$\frac{d^2 \rho}{ds^2} \pm \omega^2 \rho = 0 \quad \text{Gleichung 11-15}$$

wobei das positive Vorzeichen dem fokussierenden Sektor und das negative Vorzeichen dem defokussierenden Sektor zuzuordnen ist.

Der Matrixformalismus kann für einen Abschnitt im Beschleuniger folgendermaßen angewendet werden:

Man hat einen halben defokussierenden Sektor mit der Länge $1/2 s_1$, einen ganzen fokussierenden Sektor mit der Länge s_0 und einen weiteren defokussierenden halben Sektor mit der Länge $1/2 s_1$ (Abbildung 109).

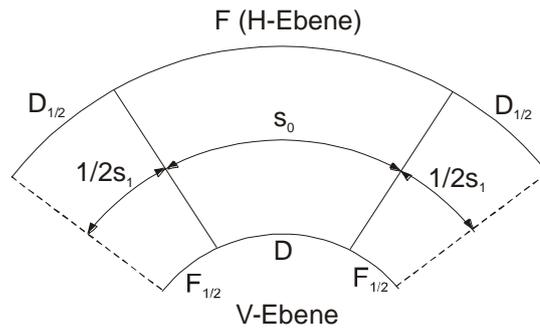


Abbildung 109: Grundzelle zur Beschreibung von radialen und vertikalen Bewegungen in einem alternating gradient System.

Die Matrix der Grundzelle ist das Produkt

$$\mathbf{H} = \mathbf{D}_{1/2} \cdot \mathbf{F} \cdot \mathbf{D}_{1/2} =$$

$$= \begin{pmatrix} \cosh(\omega \frac{s_1}{2}) & \frac{1}{\omega} \sinh(\omega \frac{s_1}{2}) \\ \omega \sinh(\omega \frac{s_1}{2}) & \cosh(\omega \frac{s_1}{2}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\omega s_0) & \frac{1}{\omega} \sin(\omega s_0) \\ -\omega \sin(\omega s_0) & \cos(\omega s_0) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cosh(\omega \frac{s_1}{2}) & \frac{1}{\omega} \sinh(\omega \frac{s_1}{2}) \\ \omega \sinh(\omega \frac{s_1}{2}) & \cosh(\omega \frac{s_1}{2}) \end{pmatrix}$$

Gleichung 11-16

Wenn diese Gleichung für die horizontale Ebene gilt, folgt für die vertikale Ebene

$$\mathbf{V} = \mathbf{F}_{1/2} \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{F}_{1/2} =$$

$$\begin{pmatrix} \cos(\omega \frac{s_1}{2}) & \frac{1}{\omega} \sin(\omega \frac{s_1}{2}) \\ -\omega \sin(\omega \frac{s_1}{2}) & \cos(\omega \frac{s_1}{2}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cosh(\omega s_0) & \frac{1}{\omega} \sinh(\omega s_0) \\ \omega \sinh(\omega s_0) & \cosh(\omega s_0) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\omega \frac{s_1}{2}) & \frac{1}{\omega} \sin(\omega \frac{s_1}{2}) \\ -\omega \sin(\omega \frac{s_1}{2}) & \cos(\omega \frac{s_1}{2}) \end{pmatrix}$$

Gleichung 11-17

Die Frage ist nun, welche Bedingung muss erfüllt sein, damit das Produkt der Matrizen \mathbf{H} und \mathbf{V} sowohl die radiale als auch die vertikale Fokussierung erfüllt. Man kann das Matrixprodukt für \mathbf{H} formal folgendermaßen anschreiben:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \cos \mu_H & \frac{1}{K_H} \sin \mu_H \\ -K_H \sin \mu_H & \cos \mu_H \end{pmatrix}$$

$$\cos \mu_H = \cosh(\omega s_1) \cos(\omega s_0)$$

Gleichung 11-18

Der gleiche Ausdruck gilt auch für \mathbf{V} mit

$$\cos \mu_V = \cos(\omega s_1) \cosh(\omega s_0)$$

Gleichung 11-19

Die Parameter K_H und K_V sind komplizierte Kombinationen aus hyperbolischen und trigonometrischen Funktionen.

Eine andere Möglichkeit ist unterschiedliche ω (z. B. ω_0 und ω_1) in unterschiedlichen Sektoren zu betrachten:

Dann lauten

$$\cos \mu_H = \cosh(\omega s_1) \cos(\omega s_0) \quad \text{Gleichung 11-18}$$

und

$$\cos \mu_V = \cos(\omega s_1) \cosh(\omega s_0) \quad \text{Gleichung 11-19:}$$

$$\cos \mu_H = \cosh(\omega_1 s_1) \cos(\omega_0 s_0) + \frac{1}{2} \left(\frac{\omega_1}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_1} \right) \sin(\omega_0 s_0) \sinh(\omega_1 s_1) \quad \text{Gleichung 11-20}$$

$$\cos \mu_V = \cos(\omega_1 s_1) \cosh(\omega_0 s_0) + \frac{1}{2} \left(\frac{\omega_0}{\omega_1} - \frac{\omega_1}{\omega_0} \right) \sinh(\omega_0 s_0) \sin(\omega_1 s_1) \quad \text{Gleichung 11-21}$$

und die Stabilitätskriterien sind weiterhin gültig.

μ_H und μ_V sind die Phasenveränderungen in einer Grundzelle.

Wenn der Beschleuniger N Grundzellen hat, wird die Änderung der Phase pro Umlauf $N\mu$ sein und die Anzahl der Schwingungen pro Umlauf ist gegeben durch:

$$Q = \frac{N\mu}{2\pi}$$

Die Bedingung für Resonanz ist entweder, dass $Q = l$ oder

$$\mu = \frac{2l\pi}{N} \quad \text{Gleichung 11-22}$$

mit $l = 1, 2, \dots, \frac{1}{2}N$.

Die Gleichungen für die Resonanzlinien können dadurch gefunden werden, dass man in den Gleichungen für $\cos \mu_H$ und $\cos \mu_V$ die Werte für l (letzte Gleichung) einsetzt.

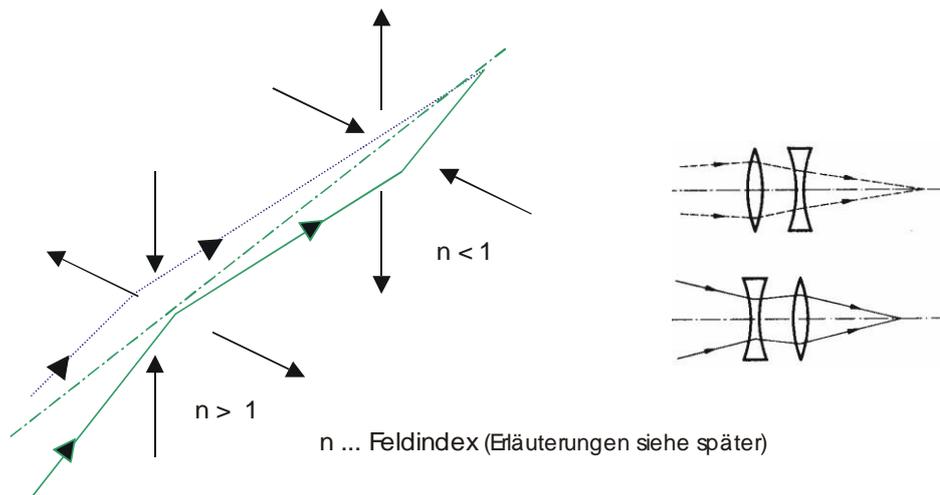


Abbildung 110: links: Kraftwirkung auf Teilchenstrahl in einem alternating gradient system; horizontal und vertikal einwirkende Kräfte; rechts: optisches Analogon

11.3 Phasenstabilität in AG-Synchrotronen

Die Phasenstabilität in alternating-gradient-Synchrotronen unterscheidet sich von der bisher betrachteter Beschleuniger.

Bei der AG-Fokussierung ist folgendes Phänomen bezüglich der Lage des **phasenstabilen Gebietes** zu beobachten: Solange die Teilchenenergie unterhalb einer bestimmten kritischen Energie liegt, befindet sich das phasenstabile Gebiet auf dem ansteigenden Ast der HF-Spannung, während es bei normalen Synchrotronbetrieb auf dem fallenden Ast der HF-Spannungskurve liegt.

Diese kritische Energie W_{kr} ist durch folgende Formel definiert:

$$W_{kr} = n W_0, \quad W_0 \dots \text{Ruheenergie und } n \dots \text{Zahl der radialen Betatronschwingungen pro Umlauf}$$

Wenn die kritische Energie erreicht ist, tritt ein Phasensprung auf und das stabile Gebiet liegt dann auf dem fallenden Teil der Kurve wie beim normalen Synchrotron.

Die Ursache für dieses Verhalten liegt darin, dass niederenergetische Teilchen auf Grund der AG-Fokussierung radiale Phasenschwingungen von nur kleiner Amplitude ausführen. Der Sollkreis wird dadurch im Wesentlichen beibehalten. Das phasenstabile Gebiet liegt daher auf dem ansteigenden Teil der HF-Kurve. Teilchen, die bei einem Beschleunigungsvorgang zu viel Energie aufgenommen haben, werden daher schneller umlaufen und beim nächsten Mal mit einer etwas früheren HF-Phase zusammentreffen, die einer geringeren Spannung entspricht.

Diese Stabilisierung kann selbstverständlich nur funktionieren, solange die Teilchen sich mit Geschwindigkeiten wesentlich kleiner als die Lichtgeschwindigkeit bewegen. Wenn sie sich c nähern, sodass ihre Geschwindigkeit praktisch konstant bleibt, dann erfüllt diese Stabilisierungsart nicht mehr ihren Zweck und die Maschine arbeitet wie ein konventionelles Synchrotron. Das phasenstabile

Gebiet liegt jetzt auf dem abfallenden Teil der HF-Kurve. Die Stabilisierung wird dadurch erreicht, dass Teilchen mit etwas geringerer Energieaufnahme beim Beschleunigungsprozess einen kleineren Bahnradius annehmen und dadurch die Beschleunigungsstrecke früher erreichen. Sie treffen mit einer früheren Phasenlage zusammen, besitzen allerdings einen höheren Spannungsimpuls und damit auch eine höhere Energie.

Beim AG-Synchrotron beträgt die Frequenz der Betatron-Schwingung ein Mehrfaches der Umlauffrequenz. Sie ist von der Zahl der Wechsel des Feldindizes pro Umlauf und von der Größe der positiven und negativen Feldindizes abhängig.

Um stabile radiale und axiale Schwingungen zu gewährleisten, müssen die Zahl der Feldwechsel, sowie die Zahl der positiven und negativen Feldindizes in bestimmten diskreten Verhältnissen zueinander stehen.

Wir wollen annehmen, dass die magnetischen Sektoren Feldgradienten besitzen, die gleich in der Stärke sind, jedoch unterschiedliche Richtungen haben. Dadurch entstehen „wiggles“ in der Umlaufbahn, die das Teilchen beeinflussen. Es kommt dadurch auch zu einer Änderung der Bahnlänge.

Die relative Zunahme der Länge $\frac{dS}{S}$ ist proportional zur Zunahme des Impulses $\frac{dp}{p}$:

$$\frac{dS}{S} = \frac{1}{\alpha} \frac{dp}{p} \quad \text{Gleichung 11-23}$$

Der Koeffizient α wird **Impulskompression („momentum compaction factor“)** genannt. In einer

konventionellen Maschine ist $\alpha = \frac{1}{-n}$ und typische Werte sind $n = 0,6$ und $\alpha = 2,5$.

In einer alternating-gradient-Maschine sind die Werte für α sehr klein, z. B. $\alpha = 0,01$. Der kleine Wert für α bewirkt die Phasenstabilität.

In einem schwach fokussierendem Feld ist $n < 1$ und dadurch $\alpha > 1$.

11.4 Ausführungen und spezifische Anwendungen von Maschinen mit dem AG-Prinzip (Synchrotron, Zyklotron)

Im Jahre 1950 gab N. C. Christophilos in Privatberichten seine Ideen über ein neues Fokussierungssystem für Elektronen und Ionen bekannt. Seinen Mitteilungen wurde damals wenig Bedeutung geschenkt. Unabhängig davon entdeckten 1952 Courant, Livingston und Snyder in Brookhaven das gleiche Prinzip. Von diesem Zeitpunkt an fand diese Fokussierungsmethode zunehmend Interesse.

Die alternating gradient Fokussierung besteht darin, dass die Ringmagnete des **Synchrotrons** so beschaffen sind, dass das Magnetfeld des ersten Magneten radial nach außen abfällt und damit auf den Teilchenstrahl vertikal fokussierend wirkt, während es radial defokussiert. Beim nächsten Magnet nimmt das Feld nach außen zu, wodurch vertikal defokussiert und radial eine Fokussierung erzielt wird (siehe Abbildung 111):

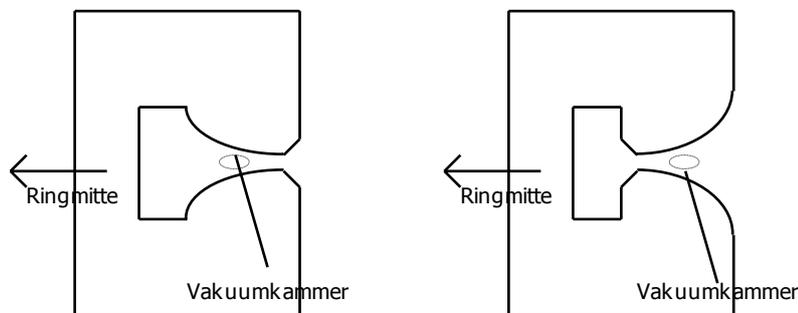


Abbildung 111: Polschuhprofil von AG-Dipolmagneten; links: radiale und rechts: vertikale Fokussierung. Verwendet man Quadrupole wird zunächst radial fokussiert und vertikal defokussiert, wenn das Teilchen den nächsten Quadrupol passiert, wird es vertikal fokussiert und radial defokussiert.

Auch bei den folgenden Magneten sind die Felder abwechselnd nach außen zunehmend und abnehmend. Insgesamt wird auf die Teilchen eine **starke fokussierende Wirkung** ausgeübt. Infolge der starken rücktreibenden Kräfte ist die Frequenz der so genannten Betatron-Schwingungen mehrere Male größer als die Umlauffrequenz der Teilchen. Die Schwingungsamplituden bilden sich daher nicht so stark aus wie bei der schwachen Fokussierung in Synchrotronen mit konstantem Feldgradienten. Im ungefähr gleichen Verhältnis wie die Schwingungsfrequenz steigt, verkleinert sich die Amplitude, sodass die Apertur² um den Faktor 10 kleiner wird als bei den schwach fokussierenden Maschinen. Der praktische Vorteil der Aperturverkleinerung liegt darin, dass die Vakuummutter enger sein kann und damit die Magnete auch viel kleiner gebaut werden können. Dies hat zur Folge, dass man mit der AG-Fokussierung sehr hohe Teilchenenergie bei tragbaren finanziellen Kosten erreichen kann.

² Apertur = minimaler Querschnitt der Vakuummutter, den der Teilchenstrahl benötigt, um infolge seiner Schwingungen nicht auf die Kammerwände aufzutreffen.

Besondere Probleme treten beim AG-Synchrotron bezüglich der **Stabilitätsbedingungen** auf. Wenn die Frequenz der Betatronschwingung ein ganzzahliges Vielfaches der Umlauffrequenz ist, so wiederholt sich die Form der Teilchenbahn bei jedem folgenden Umlauf genau wieder auf Grund der abwechselnden Anordnung der Fokussierungs- und Defokussierungsmagneten. Dann führt eine kleine Abweichung der Teilchenbahn von der Sollbahn an einer beliebigen Stelle bei den folgenden Umläufen zur gleichen Störung an derselben Stelle, aber mit zunehmender Amplitude. Dies hat zur Folge, dass der Strahl an die Wand der Vakuumkammer prallt und verloren geht. Um das zu verhindern, wird die Frequenz der Betatron-Schwingung durch Hilfsfelder geringfügig verändert, sodass keine Resonanz mit den harmonischen Schwingungen der Umlauffrequenz auftreten kann. Störungsstellen der Teilchenbahnen werden nunmehr bei jedem Durchgang mit einer anderen Phase durchlaufen, sodass es zu keinem Aufschaukeln kommt.

12 Konzept der Speicherringe („colliding-beam“-Experimente)

Ab 1960 war es möglich, Teilchen in Beschleunigerringen über längere Zeit zu speichern und die ersten colliding-beam-Experimente durchzuführen. Am Beginn dieser Entwicklung standen vor allem e^+e^- -Speicherringe. Bei diesen laufen in zwei getrennten Ringen oder auch im gleichen Ring e^+ -Teilchenpakete und e^- -Teilchenpakete entgegengesetzt. An bestimmten, wohldefinierten Wechselwirkungszonen treffen die Teilchen aufeinander. Die ausgelösten Reaktionsprodukte werden mit aufwendig gestalteten Detektorsystemen nachgewiesen.

Heute werden Speicherringe nicht nur zur Speicherung von Elektronen und Positronen, sondern auch zur Speicherung von Protonen, Antiprotonen und schweren Ionen eingesetzt.

Speicherringe sind synchrotronartige Beschleuniger, die mit einem zeitlich konstanten Magnetfeld betrieben werden.

Bei einem Speicherringexperiment mit internem Target ist man vor allem an der Möglichkeit interessiert, bei sehr dünnen Targets noch hinreichend viel Luminosität L zu erzielen. Die Luminosität

charakterisiert den Zusammenhang zwischen der Ereignisrate \dot{N}_D (Einheit: s^{-1}) in einem Detektor und dem Wirkungsquerschnitt σ (Einheit: cm^2) der untersuchten Reaktion:

$$\frac{dN_D}{dt} = L\sigma \quad \text{Gleichung 12-1}$$

Bei einem Streuexperiment, bei dem ein extrahierter Strahl auf ein externes Target geschossen wird, erhalten wir die Luminosität

$$L = \dot{N}_P \frac{N_T}{A} \quad \text{Einheit: } 1 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$$

Hierbei ist \dot{N}_P die Zahl der Projektile pro Zeiteinheit und $\frac{N_T}{A}$ die Zahl der Targetteilchen pro Flächeneinheit.

Bei einem colliding-beam-Experiment erhalten wir für die Luminosität folgenden Zusammenhang:

$$L = f \cdot N \frac{N_1 N_2}{A} \quad \text{Gleichung 12-2}$$

| | | |
|------------|-------|---------------------------------------------|
| N_1, N_2 | | Anzahl der Teilchen in Strahl 1 bzw. 2 |
| N | | Zahl der Umläufe |
| σ | | Wirkungsquerschnitt für die Reaktion |
| L | | Luminosität |
| f | | Umlauffrequenz |
| A | | Querschnitt der sich überlappenden Strahlen |

Um große Reaktionsraten $R = \sigma \cdot L$ zu erhalten, sollten:

- N_1 und N_2 groß sein, was allerdings durch die Wechselwirkung der Teilchen im Paket untereinander begrenzt wird, und
- A klein sein, was durch die Strahl-Strahl-Wechselwirkung begrenzt wird.

Typische Werte: $L = 10^{32} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ (Cornell, FNAL), angestrebt für LHC: $L = 10^{34} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$

12.1 Colliding-Beam-Experiment mit einem Linearbeschleuniger

In einem Linearbeschleuniger wird das ständige Umpolen der elektrischen Felder der Beschleunigerstrecken ausgenutzt, um dort Teilchen- und Antiteilchenpakete (mit entgegengesetzten elektrischen Ladungen) zu beschleunigen, z. B. Elektronen und Positronen. Nach der Beschleunigerstrecke werden sie durch Magnetfelder getrennt und zur Kollision gebracht. Die Teilchenpakete können nur einmalig genutzt werden (Beispiel: SLC).

12.2 Colliding-Beam-Experiment mit zwei Linearbeschleunigern

Teilchenpakete werden auf zwei Linearbeschleunigern in entgegengesetzter Richtung beschleunigt und zur Kollision gebracht. Die Teilchenpakete können nur einmal genutzt werden (Beispiel: TESLA).

12.2.1 Single-Ring-Colliders

Man nutzt hier die entgegengesetzte elektrische Ladung und die ungefähr gleiche Masse von Teilchen und Antiteilchen aus. Beide Teilchenarten werden in den elektrischen Beschleunigungsstrecken des Speicherrings entgegengesetzt beschleunigt und in den Ablenkmagneten in entgegengesetzter Richtung abgelenkt. Daher können beide Teilchenstrahlen in einer Beschleunigerröhre zirkulieren und an den Orten der Kollisionen in Detektoren Untersuchungen vorgenommen werden.

Elektron-Positron-Collider: z. B. LEP am Cern mit den Experimenten Aleph, Delphi, Opal und L3

Proton-Antiproton Collider: z. B. Tevatron am Fermilab mit den Experimenten CDF und Dzero. Am Tevatron wurden das Top und das Bottom Quark entdeckt.

12.2.2 Twin-Ring-Colliders

Hier benötigt man auf Grund der unterschiedlichen Masse oder gleichen elektrischen Ladung zwei Beschleunigerröhren. Jeder Teilchenstrahl wird in einer separaten Röhre beschleunigt, an manchen Stellen werden die Röhren gekreuzt und dort die Teilchen zur Kollision gebracht (Beispiele: HERA, LHC).

Eine Übersicht über alle existierenden Experimente gibt es z. B. auf folgender Seite:
<http://www-spires.slac.stanford.edu/find/explist.html>

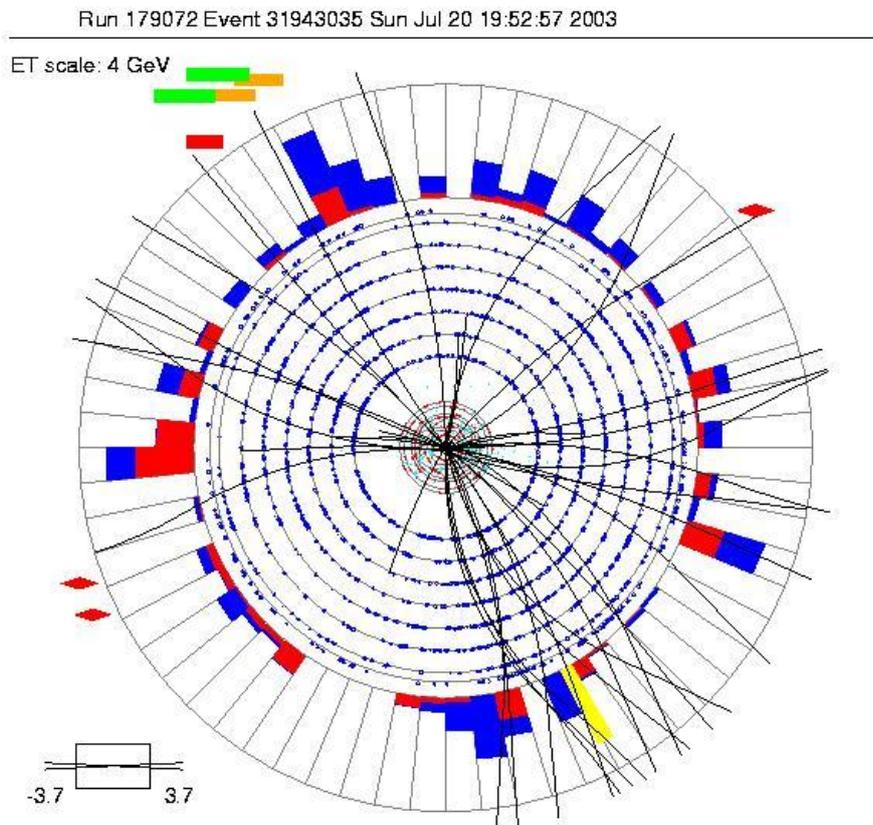


Abbildung 112: Kollision (aus der Sicht des Protonenstrahls); die inneren konzentrischen Kreise geben die Lage der Detektoren an, die Punkte die Events. Die äußeren Balken zeigen die absorbierte Energie an.

13 Anwendung von Beschleunigern

Mehr als 99 % aller Beschleuniger werden für Anwendungen außerhalb der Hochenergiephysik gebaut.

13.1 Beschleuniger in der Industrie

| Industriezweig | Prozess | Produkt |
|----------------|--------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Chemisch | Vernetzung von Polymeren | Polyethylen |
| Petrochemisch | Depolymerisation Polymerisation Pfropfpolymerisation | Polypropylen Co-Polymere Schmiermittel |
| Elektrisch | Cross-Linker (Vernetzung) Erhitzung von Polymeren Modifikation von Halbleitern | Gebäude Instrumente Telephon- und Stromkabel, Zener-Dioden, .. |
| Beschichtung | Aushärten Pfropfpolymerisation Polymerisation | Klebeband beschichtetes Papier Holz/Plastik Verbundwerkstoffe Isoliermaterial, Möbelfurniere |
| Plastik | Vernetzung | Einschweißfolie |
| Polymere | Verschäumen Erhitzung von Polymeren | Plastikröhren Schrumpffolie |
| Gummi | Vulkanisation Grüfestigkeit (d. h. Festigkeit eines Rohprodukts) | Reifen Membrane in Batterien (trennen Kathode von Anode) |

Tabelle 5: Elektronenbestrahlung in der Industrie

Energie und Intensität der für industrielle Anwendungen verwendeten Elektronenstrahlen variieren stark. Die Strahlenergie hängt vor allem von der benötigten Eindringtiefe ab und reicht von einigen hundert keV (Oberflächenbehandlung) bis zu einigen MeV für die Durchstrahlung von Werkstoffen.

13.1.1 Sterilisation

Teilchenstrahlen können zur Desinfektion von Trinkwasser, zur Behandlung von Müll, für medizinische Sterilisation und zur Haltbarmachung von Nahrungsmitteln verwendet werden.

Vor allem die Haltbarmachung von Nahrungsmitteln ist umstritten. Eine Dosis von einigen 100 Gy führt dazu, dass Pflanzenschädlinge (siehe Abbildung 113) unfruchtbar werden und innerhalb von einigen Tagen sterben, was die Haltbarkeit von Getreide, Gemüse und Früchten verlängert.



Abbildung 113: Reiskäfer

13.1.2 Ionenimplantation bei der Halbleiterherstellung

In der Halbleiterindustrie werden elektrostatische Beschleuniger zur Beschleunigung von Ionen auf niedrige Energien verwendet. Die Ionen dienen zur Erzeugung von Störstellen im Gitter von Halbleiterkristallen. Durch die Energie der Ionen (zwischen 2 und 600 keV) kann die Tiefe der Störstelle gewählt werden.

13.1.3 Härtung von Oberflächen mit Ionen

In der Metallindustrie werden Ionen (z. B. Chrom, Titan, Stickstoff, ...) implantiert, um die Oberfläche von Stahlkomponenten zu härten und sie vor Korrosion zu schützen.

Der Vorteil der Härtung mit Ionen liegt darin, dass es nicht - wie bei anderen Verfahren - zu einer Erhitzung der Oberfläche kommt. Mit Ionen behandelte Metalle werden typischerweise in der Medizin bei der Härtung von künstlichen Gelenken oder im Anlagenbau von Atomreaktoren verwendet.

13.1.4 Herstellung von Membranen

Mit Ionenstrahlen können Plastikoberflächen mit hoher Präzision bearbeitet werden. Dies wird unter anderem zur Produktion von Membranen mit bis zu 10^9 Poren pro cm^2 benutzt.

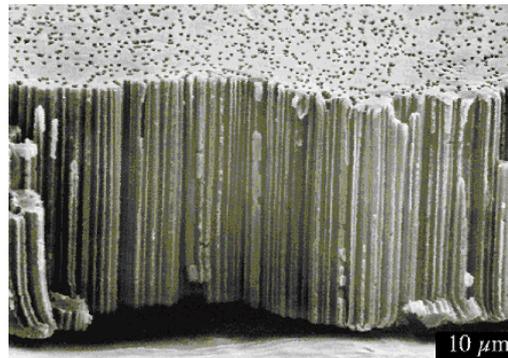


Abbildung 114: mit Ionenstrahlen hergestellter Filter

13.1.5 Thin Layer Activation (TLA)

Diese Technik wird unter anderem dazu verwendet, um Verschleißerscheinungen an Motoren zu untersuchen. Dabei wird ein kleiner Teil der Oberfläche des zu untersuchenden Werkstücks mit hochenergetischen Teilchen beschossen, um radioaktive Isotope zu erzeugen (z. B. Co-56 beim Beschuss von Stahl mit Protonen). Danach kann der Verschleiß der Schicht sehr präzise über die emittierte Gammastrahlung gemessen werden.

13.2 Beschleuniger in der Forschung

13.2.1 Materialanalyse mit Beschleunigern

Rutherford (Rück-)Streuung (Rutherford Backscattering (RBS))

Bei der RBS wird die Energie von Ionen, die von einem Target durch Coulombwechselwirkungen zurückgestreut werden, gemessen, um dadurch Informationen über die Kerne im Target zu bekommen. Der Wirkungsquerschnitt ist dabei proportional zu Z^2 (wobei Z die Ordnungszahl des Targetatoms ist). Typischerweise werden als Beschussteilchen He^+ -Ionen mit einer Energie von 2 MeV verwendet.

Particle-Induced X-Ray Emission (PIXE)

Dabei wird ein Ionenstrahl (oft Protonen) verwendet, um Targetatome anzuregen, was zur Emission von Röntgenstrahlung führt. Mit einem stark fokussierten Strahl kann man mit PIXE hoch aufgelöste Pläne von Oberflächen herstellen.



Abbildung 115: Verwendung von PIXE zur Untersuchung des Quecksilbergehaltes der Oberflächenbeschichtung einer Vase aus der Han Dynastie (China, 207 v. Chr. - 220 n. Chr.)

Nuclear Reaction Analysis (NRA)

Bei NRA wird die Resonanz im Wirkungsquerschnitt bei Reaktionen von beschleunigten Teilchen mit Kernen genutzt, um z. B. Hochtemperatursuperleiter zu untersuchen.

Ein Ionenstrahl verliert Energie beim Eindringen in das zu untersuchende Material. Dieser Energieverlust geschieht hauptsächlich durch Wechselwirkungen mit den Atomhüllen. In einer bestimmten Tiefe können die Ionen eine nukleare Reaktion mit den Atomen des Targets eingehen. Aus der Energie der Reaktionsprodukte kann man auf die Tiefe, aus der sie stammen, zurückschließen.

Elastic Recoil Detection (ERD)

Bei der ERD-Methode wird mit hochenergetischen, schweren Ionen auf dünne Schichten geschossen. Die elastisch rückgestreuten Atome werden nach ihrer Masse und/oder ihrer Kernladung analysiert. Durch eine präzise Energieanalyse mit einem Magnetspektrographen erhält man hochaufgelöst quantitative Tiefenprofile der Elementverteilungen.

Charged Particle Activation Analysis (CPAA)

Die CPAA ist eine Art der Aktivierungsanalyse, die bei Elementen wie Kohlenstoff, Stickstoff und Sauerstoff eingesetzt wird. Durch die Analyse der Zerfallkurve der Isotope, die Positronenemitter sind, können Rückschlüsse auf die ursprüngliche Zusammensetzung der Probe gezogen werden. Diese Methode wird zur Untersuchung von Gepäck auf Drogen und Sprengstoffe verwendet.

Accelerator Mass Spectroscopy (AMS)

Eine kleine Probe wird mit Ionen bestrahlt, wobei Ionen aus dem Probenmaterial freigesetzt werden. Ein LINAC beschleunigt diese, anschließend passieren sie ein Massenspektrometer, werden nach ihrem q/m -Verhältnis getrennt und von einem Detektor gezählt.

Diese Methode ist in der Altersbestimmung besonders geeignet für die Isotopenuntersuchung bei der C^{12} - und C^{14} -Separation. Im Unterschied zur herkömmlichen Massenspektroskopie werden nur sehr geringe Mengen (ca. 1 mg statt 1 g) des zu untersuchenden Materials benötigt.

13.2.2 Untersuchung von Kristall- und Molekülstrukturen – Diffraktometrie

Kristallstrukturen durch Diffraktionsmuster mit monochromatischem Licht zu bestimmen, gehört zu den klassischen Analyseverfahren. Je mehr Details man beobachten möchte, desto geringer muss dabei die Wellenlänge sein. Dazu verwendet man Synchrotron- oder Neutronenstrahlen, die Wellenlängen weit unter denen von sichtbarem Licht aufweisen. Erzeugt werden sie durch Elektronen-Synchrotrone mit Energien von einigen GeV (für Synchrotronstrahlung) bzw. Protonensynchrotrone (mit Energien von einigen 100 MeV), deren Strahl Neutronen produzieren kann, wenn dieser auf ein Metalltarget trifft.

Dieses Verfahren wird zum Beispiel zur Entwicklung von neuen Polymeren eingesetzt, die unter anderem im Flugzeugbau genutzt werden.

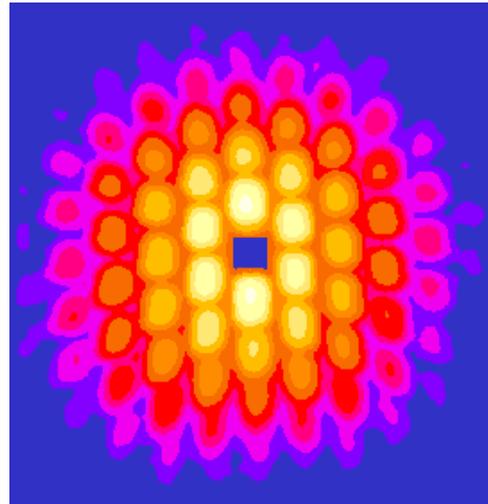
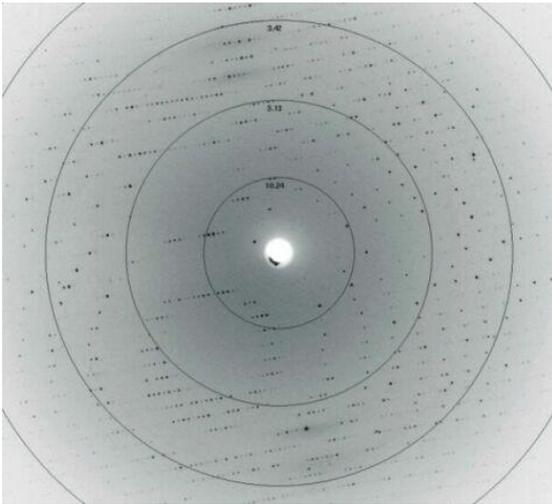


Abbildung 116: Diffraktometrie mit Synchrotronstrahlung (links), mit Neutronen (rechts)

13.2.3 Heavy Ion Fusion

In der Fusionsforschung wird versucht, ein Deuterium-Tritium Target von allen Seiten mit Schwerionen, z.B. Blei, zu beschießen, um dadurch die für Fusion nötigen Energien zu erreichen.

13.2.4 Umwandlung radioaktiven Mülls

Die Umwandlung von in Kernkraftwerken als Abfall produzierten langlebigen Aktiniden in stabile oder kurzlebige Kerne könnte ein neues industrielles Anwendungsgebiet von Beschleunigern werden. Forschungen in diese Richtung werden unter anderem am LAMPF Protonen-LINAC in Los Alamos durchgeführt.

13.3 Beschleuniger in der Medizin

Radiopharmaka, Nuklearmedizin, Strahlentherapie: Querverweis Elektronenlinac, Zyklotron, Synchrotron Tumortherapie mit schnellen geladenen Teilchen

14 Existierende Großbeschleuniger

14.1 Überblick

| Name | Zeit | Teilchen | [(r)/km] | [(E)/GeV] | [(L)/(10 ³⁰ /cm ² /s)] |
|----------------|-------------|-------------------------------|----------|-----------|----------------------------------------------|
| HERA, DESY | 1990 – 200x | e ⁻ p | 1 | 30+ 800 | 16 |
| SPS, CERN | 1981 - 1989 | p [p] | 1 | 300+300 | 6 |
| TEVATRON, USA | 1987 – 200x | p [p] | 1 | 900+900 | 100 |
| LHC, CERN | 200x– 201x | p p | 4 | 7000+7000 | 10 ⁴ |
| PETRA, DESY | 1978 - 1986 | e ⁻ e ⁺ | 0.4 | 23+23 | 24 |
| TRISTAN, Japan | 1987 - 1995 | e ⁻ e ⁺ | 0.5 | 32+32 | 35 |
| SLC, USA | 1989 - 1996 | e ⁻ e ⁺ | ∞ | 50+50 | 0.5 |
| LEP, CERN | 1989 - 2000 | e ⁻ e ⁺ | 4 | 90+90 | 50 |

Tabelle 6: existierende Großbeschleuniger³¹

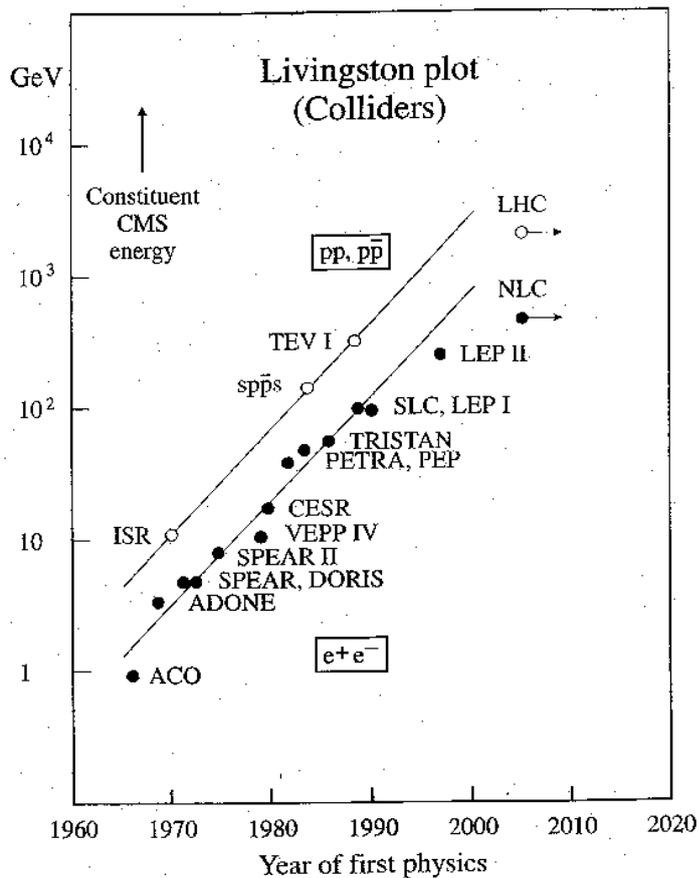


Abbildung 117: Entwicklung der Beschleuniger

14.2 CERN

e^+e^- -Speicherring LEP

Name: Large Electron Positron Collider

Ort: CERN, Genf, Schweiz

Größe: Umfang 27 km

Schwerpunktsenergie: max. 190 GeV

Aufgaben: Produktion von Z-Bosonen (91 GeV) und von W^+W^- -Paaren (>160 GeV),...

CERN hat 10 Beschleuniger, die größten sind der LEP und der SPS.



Abbildung 118: Luftaufnahme CERN

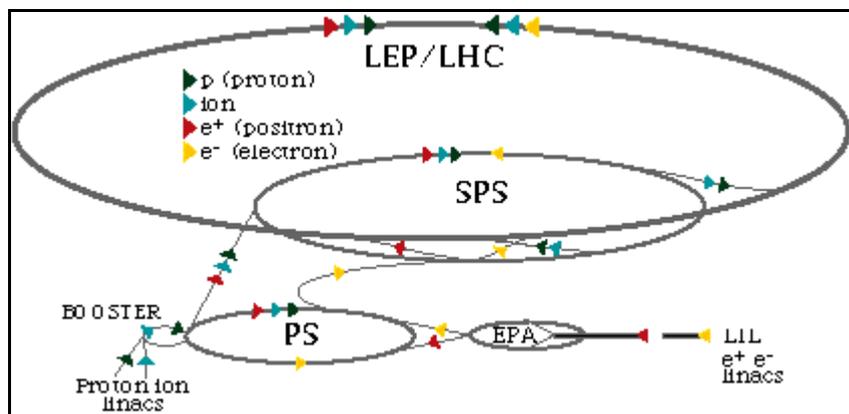


Abbildung 119: CERN mit seinen Beschleunigern

LHC – Large Hadronen Collider

Mit dem LHC sollen höhere Schwerpunktsenergien erreicht werden. Er wird im bestehenden LEP Tunnel gebaut. Unter Verwendung der neuesten Beschleuniger- und Magnettechnik sollen zwei Protonenstrahlen auf jeweils 7 TeV (!) beschleunigt und zur Kollision gebracht werden. Damit wäre die zur Verfügung stehende Energie 10-mal größer als die jedes vorher gebauten Teilchenbeschleunigers.

Der LHC soll ebenfalls Blei-Ionen beschleunigen und erreicht bei deren Kollision eine Schwerpunktsenergie von 1150 TeV (!). Der LHC wird voraussichtlich 200X (X = 2 - 9) in Betrieb

genommen. Er soll u.a. auch zur Suche nach dem Higgs-Boson und anderen fundamentalen Teilchen eingesetzt werden.

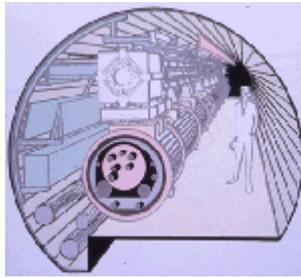


Abbildung 120: LHC Tunnel

LEP – Large Electron-Positron-Collider

Der LEP ist ein Kreisbeschleuniger mit einem Umfang von 27 km. Er wurde 1989 in Betrieb genommen. Die Experimente am LEP dienten bis 1996 der Untersuchung der Z^0 -Bosonen. Ab dem Sommer 1996 wurden die Elektronen und Positronen auf die exakte Schwerpunktsenergie beschleunigt, die zur Erzeugung eines W^+ - und W^- -Paares nötig ist, um diese zu untersuchen. Am LEP-Ring befinden sich die vier Detektoren Aleph, Delphi, L3 und Opal.

SPS – Super Proton Synchrotron

Das SPS ist ein Beschleuniger für Protonen und Antiprotonen. In ihm wurden 1983 die W^+ -, W^- - und Z -Bosonen entdeckt. Das SPS kann außerdem Blei-Ionen auf 170 GeV beschleunigen, die zur Untersuchung des Quark-Gluonen-Plasmas dienen. Dieses Plasma soll kurz nach dem Urknall vorhanden gewesen sein.



Abbildung 121: SPS

PS – Proton Synchrotron

Das PS hat einen Durchmesser von 200 m und beschleunigt Protonen auf eine Energie von bis zu 26 GeV. Das PS dient hauptsächlich als Vorbeschleuniger für das SPS. Es wurde 1959 in Betrieb genommen.

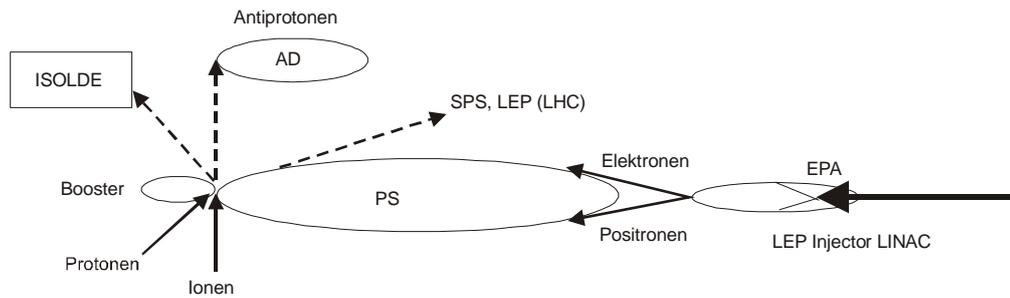


Abbildung 122: Der PS-Komplex am CERN

14.3 FERMILAB

p [\bar{p}]-Speicherring TEVATRON

Name: TeV (1000 GeV) - Maschine

Ort: Fermilab, Chicago, USA

Größe: Umfang 6 km

Schwerpunktenergie: 2000 GeV

Aufgaben: Produktion des top-Quarks, ...

Das Forschungszentrum Fermilab (Fermi National Accelerator Laboratory) befindet sich in der Nähe von Chicago/USA. Es wurde nach dem Physiker Enrico Fermi benannt, der 1942 an der Universität in Chicago den ersten Atomreaktor konstruierte. Der Hauptbeschleunigerring des Fermilab ist das Tevatron, das in der Luftaufnahme (Abbildung 123) als großer Kreis zu erkennen ist. Das kleinere Oval ist der neuere Injektor (main-injector). Zu den wichtigsten Entdeckungen, die am Fermilab gemacht wurden, zählen:

- 1977 bottom-Quark
- 1995 top-Quark am CDF- und D0-Detektor des Fermilab entdeckt



Abbildung 123: Luftaufnahme Fermilab

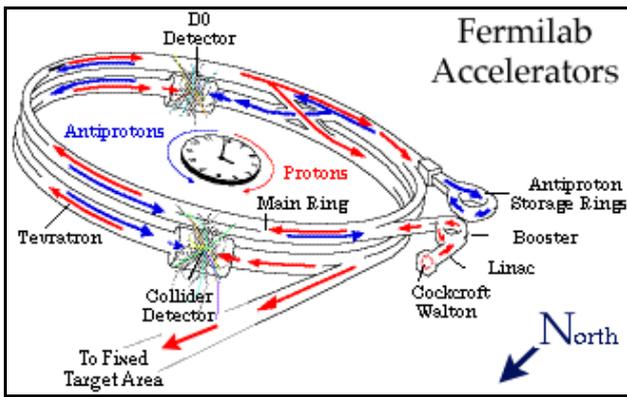


Abbildung 124: Die Beschleuniger des Fermilab

14.4 DESY

e⁻-p-Speicherring HERA

Name: Hadron-Elektron-Ring Anlage

Ort: Hamburg

Größe: Umfang 6 km

Schwerpunktsenergie: 300 GeV (800 GeV Protonen + 30 GeV Elektronen bzw. Positronen)

Aufgaben: tiefinelastische Lepton-Proton-Streuung, ...

Besonderheit: Laborsystem ≠ Schwerpunktsystem

DESY (Deutsches Elektronen Synchrotron) wurde im Dezember 1959 gegründet. Seitdem wird die Forschung den fundamentalen Eigenschaften der Materie in der Teilchenphysik und der Nutzung der Synchrotronstrahlung in Oberflächenphysik, Materialwissenschaften, Chemie, Molekularbiologie, Geophysik und Medizin gewidmet.

Der Übersichtsplan zeigt den 6,3 km langen HERA-Tunnel, sowie die zwei kleinen Beschleuniger PETRA und DORIS, die als Vorbeschleuniger für HERA dienen.

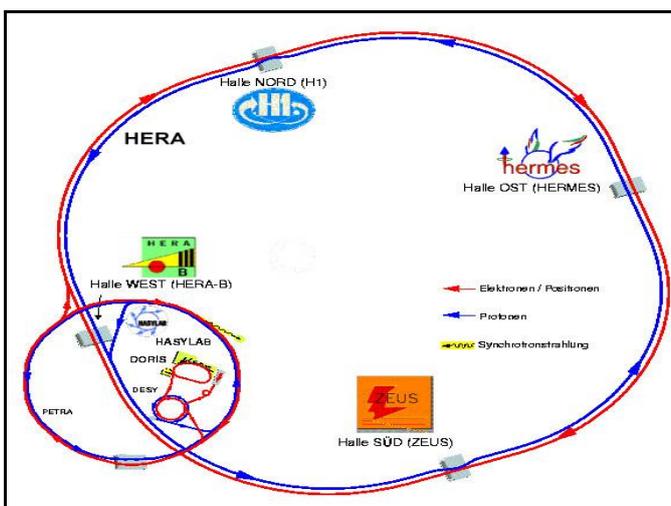


Abbildung 125: DESY

14.5 KEK - High Energy Accelerator Research Organisation

Das KEK wurde 1997 in Japan durch den Zusammenschluss dreier Institute gegründet. Am KEK werden Untersuchungen in den Bereichen Materie, Antimaterie und Teilchenstrukturen durchgeführt. 1998 wurden hier (am Super-Kamiokande) erstmals die Neutrino-Oszillationen nachgewiesen.

KEK B-Factory

KEK B ist ein asymmetrischer Elektronen-Positronen-Beschleuniger, dessen Schwerpunktsenergie ca. 10,6 GeV beträgt. Er besteht aus dem LER (Low Energy Ring), der Positronen auf eine Energie von 3,5 GeV beschleunigt und dem HER (High Energy Ring) der Elektronen auf 8 GeV beschleunigt. Das Ziel des KEK B ist, die CP-Verletzung (Charge Particle) und den B-Meson-Zerfall zu untersuchen. Der Beschleunigerring besteht aus 1600 Magneten und besitzt nur einen Kreuzungspunkt, der sich in der Tsukuba-Halle befindet. Dort ist der BELLE-Detektor aufgebaut.



Abbildung 126: Luftaufnahme KEK

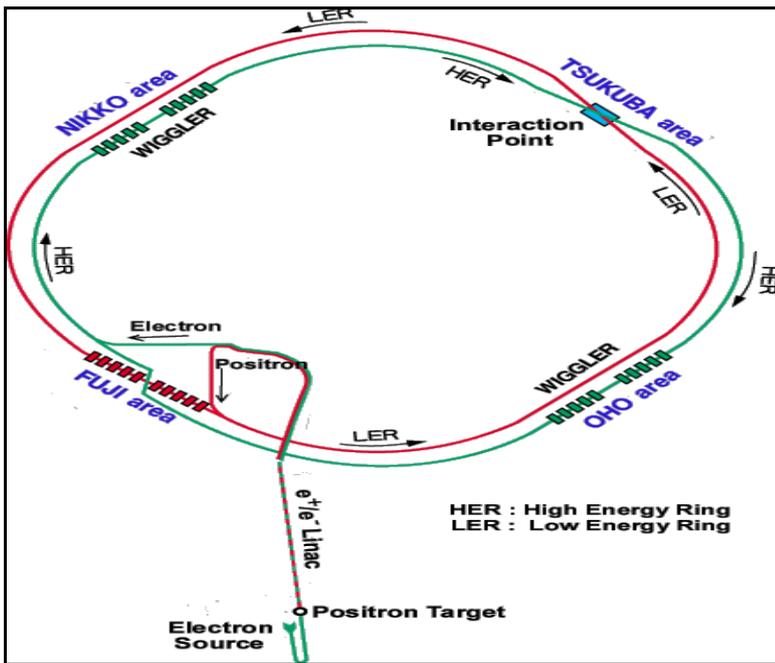


Abbildung 127: KEK mit seinen Beschleunigern

ATF - Accelerator Test Facility

Die ATF (Beschleuniger-Test-Einrichtung) baut und testet neue Geräte, aus denen später Linearbeschleuniger zusammengesetzt werden. Dazu gehört z. B. der HGEL (High Gradient Electron LINAC), der mit einer Beschleunigungsspannung von 30-40 MV pro Meter (!) zu den effektivsten Linearbeschleunigern der Welt gehört.

PS - Proton Synchrotron

Das PS war der erste Großbeschleuniger in Japan. Es wurde 1977 in Betrieb genommen und seitdem für viele Versuche aus dem Bereich der Physik, Chemie, Biologie und Medizin genutzt.



Abbildung 128: Das PS von KEK

NML Booster Utilization Facility

75 % der 500 MeV-Protonen werden zum NML geleitet. Hier befinden sich drei Bereiche. Einer zur Neutronen-Streuung, das Mesonen-Labor und das Protonen-Medizinische Forschungszentrum.



Abbildung 129: NML Booster Utilization Facility (KEK)

PF - Photonen Factory

In der PF wird die bei der Ablenkung der Teilchen entstandene Synchrotronstrahlung benutzt, um Experimente auf einer Vielzahl von Gebieten durchzuführen.

15 Literaturverzeichnis

Particle Accelerators

Livingston-Blewett, Mc Graw Hill Book Comp. 1962

Partikel Beschleuniger

Clausnitzer et al., Thiemig Taschenbuch 1966

Beschleuniger

Daniel, Teubner Studienbücher 1974

Physik der Teilchenbeschleuniger und Ionenoptik

Frank Hinterberger, Springer 1997

An Introduction to the Physics of Particle Accelerators

Mario Conte, William MacKay, World Scientific Publ. 1994

Biomedical Accelerators

Waldemar Scharf, American Institute of Physics Press 1994

<http://www.e18.physik.tu-muenchen.de/~skript/>

Strahlenphysik, Dosimetrie und Strahlenschutz, Band 1 und Band 2

Krieger, B.G. Teubner Stuttgart 1998

Grobstrukturprüfung mit Röntgen- und Gammastrahlen

Klaus Kolb und Wolfgang Kolb, Vieweg Verlag 1970

www.cern.ch

www.didaktik.physik.uni-erlangen.de

www.e18.physik.tu-muenchen.de/~skript

¹ Particle Acceleration, Rosenblatt, Chapman and Hall Ltd., Science Paperbacks 1968

² Particle Accelerators and their Uses, Part 1: Accelerator Design, Part 2: Applications of Accelerators, Waldemar Scharf, English Version, 1986 OPA Limited for Harvard Acad. Publ. GmbH.

³ E. Persico, E. Ferrari, S. Segre, Seite 6

⁴ http://www.physik.uni-erlangen.de/Didaktik/Grundl_d_TPh/Exp_Besch/exp_besch_05.html

⁵ Principle of Particle Accelerators, Persico-Ferrari Segre, Benjamin 1971

⁶ http://www.physik.uni-erlangen.de/Didaktik/Grundl_d_TPh/Exp_Besch/Exp_Besch_01.html

⁷ http://www.physik.uni-muenchen.de/%7Ebiebel/beschleuniger/beschleuniger_02.pdf

⁸ http://www.physik.uni-erlangen.de/Didaktik/Grundl_d_TPh/Exp_Besch/Exp_Besch_04.html

⁹ Principle of Particle Accelerators, Persico-Ferrari Segre, Benjamin 1971, Seite 15

¹⁰ http://www.physik.uni-erlangen.de/Didaktik/Grundl_d_TPh/Exp_Besch/exp_besch_05.html

¹¹ http://iva.uni-ulm.de/physik/vorlesung/atomphysik/01/01_05.htm

¹² http://www.physik.uni-erlangen.de/Didaktik/Grundl_d_TPh/Exp_Besch/Exp_Besch_13.html

¹³ http://www.physik.uni-muenchen.de/%7Ebiebel/beschleuniger/beschleuniger_01.pdf (Juli 2004)

¹⁴ http://www.mppmu.mpg.de/english/TevLHC_03.pdf

¹⁵ http://www.physik.uni-erlangen.de/Didaktik/Grundl_d_TPh/Exp_Besch/exp_besch_05.html

¹⁶ <http://www-iaap.physik.tu-berlin.de/DZ/Lehre/fohlen/PHASENSTABILITAET.pdf> (Juli 2004)

¹⁷ Physik der Teilchenbeschleuniger und Ionenoptik, Frank Hinterberger, Springer 1997

¹⁸ <http://pen.physik.uni-kl.de/medien/oscillo/html/wehnelt.html> (Juli 2004)

¹⁹ http://iaprfaq.physik.uni-frankfurt.de/diplom/zimmermann/diplom_hz.pdf (Juli 2004)

-
- ²⁰ <http://www.mppmu.mpg.de/~skluth/wuelect/lect20.pdf> (Juli 2004)
- ²¹ <http://www.mos.org/sln/toe/history.html>
- ²² http://www.iba-tg.com/root_tg/pages/IBATG_rhodotron_principle.htm
- ²³ <http://www.ionmed.es/datos/planta.htm>
- ²⁴ http://www.ams.unibe.ch/AMS-online/lehre/eth_mphys1/09a.pdf (Juli 2004)
- ²⁵ http://www.desy.de/~rossbach/uni/teilchenbeschleuniger_kap4.pdf (Juli 2004)
- ²⁷ http://www-ekp.physik.uni-karlsruhe.de/~quast/vorlesung/BeschIDet/Beschl_v4a_Synchrotron.pdf
(Juli 2004)
- ²⁸ http://www.didaktik.physik.uni-erlangen.de/grundl_d_tph/exp_besch/dipol_bild.jpg (Juli 2004)
- ²⁹ <http://www-linux.gsi.de/~boine/vorlesung/skript/ss04.pdf> (Juli 2004)
- ³⁰ http://www.didaktik.physik.uni-erlangen.de/grundl_d_tph/exp_besch/sextpol_magnet.gif (Juli 2004)
- ³¹ http://www-eeep.physik.hu-berlin.de/~hebbeker/lectures/sl67_104.htm (Juli 2004)